



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

ANDRÉ LUIZ PONTE DE AGUIAR

**ANÁLISE TRIDIMENSIONAL DA INTERAÇÃO FLUIDO ESTRUTURA DE UMA
TURBINA EÓLICA OFF-SHORE ATRAVÉS DO MÉTODO DE
MULTIPLICADORES DE LAGRANGE LOCALIZADOS.**

FORTALEZA

2016

ANDRÉ LUIZ PONTE DE AGUIAR

**ANÁLISE TRIDIMENSIONAL DA INTERAÇÃO FLUIDO ESTRUTURA DE UMA
TURBINA EÓLICA OFF-SHORE ATRAVÉS DO MÉTODO DE
MULTIPLICADORES DE LAGRANGE LOCALIZADOS.**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica. Área de concentração: Processos, Equipamentos e Sistemas para Energias Renováveis.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Ilson da Silva Júnior

FORTALEZA

2016

ANDRÉ LUIZ PONTE DE AGUIAR

ANÁLISE TRIDIMENSIONAL DA INTERAÇÃO FLUIDO ESTRUTURA DE UMA
TURBINA EÓLICA OFF-SHORE ATRAVÉS DO MÉTODO DE MULTIPLICADORES DE
LAGRANGE LOCALIZADOS.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica. Área de concentração: Processos, Equipamentos e Sistemas para Energias Renováveis.

Aprovada em: ___/___/_____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Francisco Ilson da Silva Júnior (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Pierre Maurice Christophe Lamary
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Me. Francisco de Assis Leandro Filho
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

A Deus.

Aos meus pais, José Valdir e Maria Aucilene.

AGRADECIMENTOS

À CAPES, pelo apoio financeiro com a manutenção da bolsa de auxílio.

Ao Prof. Dr. Francisco Ison da Silva Junior, pela orientação em todos os momentos e ajuda fundamental desde a escolha adequada do tema até o desenvolvimento dos códigos e ajustes necessários para obtenção dos resultados.

Aos professores participantes da banca examinadora Francisco de Assis Leandro Filho e Pierre Maurice Christophe Lamary pelo tempo, pelas valiosas colaborações e sugestões.

Aos professores do programa de Pós-Graduação, pela disponibilidade demonstrada nas disciplinas cursadas e o comprometimento.

Ao secretário do Programa de Pós-Graduação Valdi Matos, por sempre estar disponível para ajudar-me quando necessário, através de suas atribuições.

Aos colegas da turma de mestrado, pelas reflexões, críticas e sugestões recebidas.

"Meu espírito e pensamentos são como energia eólica, eles se regeneram naturalmente, com o poder do tempo e da paciência."

Felipe Ricardo Souto

RESUMO

Dentro do contexto da produção de energia através de fontes alternativas, a Energia Eólica se destaca por utilizar a energia cinética dos ventos, originada da diferença de temperatura no planeta devido a incidência da luz solar; sendo, portanto uma fonte de energia renovável. Os equipamentos utilizados para captação de Energia Eólica são chamados de aerogeradores ou turbinas eólicas. Este trabalho teve como objetivo principal realizar uma análise estrutural em um modelo de aerogeradore off-shore do tipo monopile com foco na interação entre fluido e estrutura, assegurando a continuidade cinemática entre domínios distintos através do Método dos Multiplicadores de Lagrange, onde cada multiplicador torna-se uma força interna. Domínios intermediários denominados de película foram intepostas entre os domínios distintos em análise. Os pontos onde os nós da película foram postos são determinados através da Regra do Momento Zero e implementado no software Matlab, com malhas geradas no software ANSYS. Uma análise de resposta em frequência também foi realizada, para analisar a influência do fluido nas frequências do aerogerador. Foram obtidas as películas para as malhas tridimensionais para diferentes malhas, assegurando a continuidade cinemática e a influência do fluido nas frequências foi demonstrada através dos diagramas de Bode para diferentes alturas de fluido.

Palavras-chave: Mutiplicadores de Lagrange. Elementos Finitos. Aerogeradores.

ABSTRACT

In the context of energy production from alternative sources, Wind Energy is a renewable energy source since it stands out for using the kinetic energy of the wind originated from the temperature difference on the planet due to sunlight. The equipment used to capture wind energy is called wind turbine. This work had as main objective to perform a structural analysis in an offshore wind turbine model of the monopile type with focus on the interaction between fluid and structure by ensuring kinematic continuity between different domains through the Lagrange Multipliers Method, in which each multiplier becomes an internal force. Intermediate domains called frames were interposed between the different under analysis. The points where the frame nodes were put are determined through the Zero Moment Rule and implemented in Matlab, with meshes generated in ANSYS. A frequency response analysis was also performed to analyze the influence of the fluid on the wind turbine frequencies. The frames were obtained for the three-dimensional meshes for different ones, ensuring the kinematic continuity and the influence of the fluid in the frequencies was demonstrated through the Body diagrams for different heights of fluid.

Keywords: Finite Elements. Lagrange Multipliers. Wind Turbine.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	– Classificação do aerogeradores.....	18
Figura 2	– Aerogerador de eixo horizontal.....	19
Figura 3	– Aerogerador de eixo vertical.....	19
Figura 4	– Turbinas off-shore conforme.....	20
Figura 5	– Posicionamento das forças de contato.....	27
Figura 6	– Interface de contato.....	29
Figura 7	– Exemplo de aplicação de aplicação da Regra do Momento Zero.....	30
Figura 8	– Diagrama de Corpo Livre da Película.....	30
Figura 9	– Posicionamento das películas interpostas.....	31
Figura 10	– Pontos nodais da película.....	32
Figura 11	– Sistema em análise.....	39
Figura 12	– Malha de Elementos Finitos.....	40
Figura 13	– Posicionamento das películas.....	40
Figura 14	– Malha de Elementos Finitos monopileteste1.....	42
Figura 15	– Deslocamentos monopileteste1.....	42
Figura 16	– Películas geradas monop 1 – parte 1.....	43
Figura 17	– Películas geradas monop 1 – parte 2.....	44
Figura 18	– Deslocamentos do conjunto nacele-torre monopileteste1.....	45
Figura 19	– Gráfico de frequências com e sem fluido monopileteste1.....	45
Figura 20	– Malha de Elementos Finitos monopileteste2.....	46
Figura 21	– Contato fluido–torre monopileteste2.....	46
Figura 22	– Malha de Elementos Finitos sem_solo.....	47
Figura 23	– Película gerada sem_solo.....	47
Figura 24	– Campo de deslocamentos sem_solo.....	48

Figura 25 – Malha de sem_solo75.....	48
Figura 26 – Corte Malha sem_solo75.....	49
Figura 27 – Película Malha sem_solo75.....	49
Figura 28 – Gráfico de frequências com e sem fluido sem_solo75.....	50
Figura 29 – Corte dos elementos pós-processamento	50
Figura 30 – FRF para altura de fluido 40m.....	51
Figura 31 – FRF para altura de fluido 30m.....	52
Figura 32 – FRF para altura de fluido 20m.....	52

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

HAWT	Horizontal Axis Wind Turbinas
LLM	Localized Lagrange Multipliers
VAWT	Vertical Axis Wind Turbines
ZMR	Zero Moment Rule
FRF	Frequency Response Function

LISTA DE SÍMBOLOS

P_t	Potência gerada em um aerogerador.
ρ	Densidade.
A	Área.
U	Velocidade do vento.
C_p	Coefficiente de potência.
$R(x)$	Função Resíduo.
$w_i(x)$	Função de Ponderação.
$n_i(x)$	Função de Aproximação.
λ_i	Multiplicador de lagrange.
L_g	Função lagrangeana.
\mathbf{n}_i	Força de cisalhamento.
\mathbf{m}_i	Momento fletor.
G_{ub}	Funcional de energia da película.
\mathbf{u}_{x1}^r	Deslocamento nodal de translação.
$\mathbf{u}_{\theta 1}^r$	Deslocamento nodal de rotação.
π	Funcional de energia.
N	Função de forma.
u_S^e	Deslocamento do sólido.
u_F^e	Deslocamento do fluido.
M	Matriz de massa.
C	Matriz de amortecimento.
K	Matriz de rigidez.
Γ	Contorno do elemento.
Ω	Domínio do elemento.
ω	Função de ponderação do resíduo.
ϕ	Força aplicada no contorno do elemento.
$[D]$	Matriz constitutiva.
E	Módulo de elasticidade.
N	Coefficiente de Poisson.
k	Fator de correção de cisalhamento.
k	Espessura da placa.

- S* Integral da ação na formulação Lagrangeana
- L* Função Lagrangeana
- H* Função de Resposta em Frequência

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Justificativa.....	14
1.2	Objetivos.....	15
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	16
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	17
3.1	Aerogeradores.....	17
3.2	O Método dos Resíduos Ponderados.....	21
3.3	Os Multiplicadores de Lagrange e Função Lagrangeana.....	23
3.4	Cálculo Variacional.....	24
3.5	Localização dos nós da película(Regra do Momento Zero)	26
3.6	Método dos Multiplicadores de Lagrange	32
3.7	Aplicação do Método dos Elementos Finitos.....	33
3.8	Condição de Contorno do Meio Fluido.....	37
3.9	Análise no Domínio da Frequência.....	38
4	SIMULAÇÃO.....	39
4.1	Definição do Sistema.....	39
4.2	Rotinas de trabalho.....	41
5	RESULTADOS.....	42
5.1	Comparação para diferentes colunas de fluido.....	51
6	CONCLUSÃO	54
	REFERÊNCIAS	55

1 INTRODUÇÃO

A utilização da Energia Eólica remonta de quase quatro milênios em aplicações diversas. No Egito Antigo, o vento era utilizado para mover os barcos a vela. Já na Antiga Babilônia surgiram os primeiros moinhos de vento para irrigação. Os moinhos de vento dos Persas foram construídos por volta de 700 a.C para moagem de trigo. Este tipo de tecnologia também foi utilizada pelos Árabes no contexto de suas conquistas.

Na América, as aplicações de Energia Eólica foram muito importantes em seu desenvolvimento. A energia associada ao vento foi utilizada em Bombas de Água, moagem de cereais e serrarias.

As primeiras aplicações na área de produção de energia elétrica surgiram no fim do século XVIII. Charles Brush, engenheiro de mineração norte americano, construiu uma turbina eólica de 18,3m que operou durante 12 anos (1888-1900), suprimindo a demanda de energia elétrica de sua mansão. Em 1890 foi construída uma turbina na Dinamarca com 23 m de diâmetro, na cidade de Askov (DA ROSA, 2013).

A expansão da utilização de Energia Eólica para produção de energia elétrica aconteceu na época da Primeira Guerra Mundial, estimulada pelos avanços na área da aerodinâmica. Em 1925, surgiram nos Estados Unidos plantas voltadas para produção de energia elétrica através de turbinas eólicas, com dificuldades associadas ao custo de geração(DA ROSA, 2013).

Mediante a crise de suprimento de energia na Dinamarca em 1957, foi instalada a turbina *Geiser*, com 26m de altura e 24m de diâmetro de rotor. Tal turbina chegou a produzir 200 kW. Permaneceu em funcionamento até 1968, gerando aproximadamente 400 GWh nesse período(DA ROSA, 2013).

Nações como Alemanha, Estados Unidos, Inglaterra também contribuíram significativamente para o desenvolvimento tecnológico dos modelos de aerogeradores. Contudo, como os custos associados à produção eram relativamente altos, não compensava investimentos maciços nesta área. Com a crise do petróleo na década de 70, devido às restrições impostas pelos árabes, a busca por energias alternativas se intensificaram. Neste contexto, a produção de energia elétrica através da energia eólica assumiu proporções significativas(MANWELL *et al*, 2009).

A Potência Eólica Instalada no Brasil teve um grande salto nos últimos dois anos, chegando a aproximadamente 6 GW em 2013, de acordo com o Balanço Energético de 2014, que contém dados referentes ao ano de 2013. Registrando um dos maiores crescimentos de

potência e dando destaque ao Brasil no cenário da produção de Energia Eólica no Cenário Mundial(MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA, 2014).

Por outro lado o potencial eólico do país, estimado em aproximadamente 140 GW, indica a grande possibilidade de expansão do aproveitamento da Energia Eólica. Particularmente o Nordeste é uma região de potencial considerável, sendo a região com maior potencial eólico estimado no Brasil(MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA, 2014).

Um dos empecilhos associados à utilização da Energia Eólica é o alto custo associado a esta tecnologia. Com o desenvolvimento desta tecnologia ao longo do tempo, o custo do KWh foi reduzido de US\$ 0,40, na década 80, para valores variando de US\$ 0,025 até US\$ 0,06 atualmente, de acordo com as condições do vento e do projeto(WILLEY *et al*, 2012).

Outro aspecto importante que favorece a implantação de aerogeradores é o fato de que os potenciais eólicos e hidráulicos serem regionalmente complementares. As regiões mais favoráveis a implementação de parques eólicos são extremidades do sistema de distribuição de eletricidade e longe das usinas hidrelétricas. Nesse contexto, a energia eólica mostra-se uma alternativa para atender a demanda energética em áreas de difícil alcance, reduzindo custos associados a distribuição(AMARANTE,2001).

O objetivo deste trabalho é realizar uma modelagem matemática estrutural associada à realização de simulações computacionais em aerogeradores offshore monopile e spar, através de uma ferramenta computacional adequada, fazendo uso de softwares como Matlab e ANSYS. Para tanto será utilizada a teoria de Mecânica dos Sólidos, o Método dos Elementos Finitos e o método de acoplamento de diferentes domínios através de Multiplicadores de Lagrange Localizados.

1.1 Justificativa

A escassez de combustíveis fósseis indica a necessidade de busca por novas fontes de energia. Além do aspecto de disponibilidade, outro efeito que atua negativamente no uso de combustíveis emissões provenientes da queima dos combustíveis, que causam aumento da temperatura média da Terra, devido ao efeito estufa.

Dentre os tipos de fontes de energia alternativas está a Energia Eólica, que possui impactos ambientais reduzidos em relação aos combustíveis fósseis e pode ser utilizada em combinação com outras formas de energia para o suprimento do demanda energética.

A Energia Eólica é extraída atualmente através das aerogeradores. A instalação

destes depende de condições locais favoráveis para melhor aproveitamento da energia dos ventos e sua posterior conversão em energia elétrica. Locais isolados são mais adequados para exploração da Energia Eólica por serem livres de barreiras que interfiram no fluxo de ar e conseqüentemente na captação do aerogerador além da minimização do impacto ambiental, por exemplo, com relação à poluição sonora, por não afetar.

As instalações off-shore (no mar) apresentam boas condições pelo mar ser livre de barreiras. Também é um local onde não há tanta preocupação com o efeito negativo da poluição sonora associado ao funcionamento dos aerogeradores.

Considerando a importância deste tipo de fonte de energia, estudos que aperfeiçoem a tecnologia associada ao desenvolvimento da atividade de exploração em parques eólicos assumem um papel cada vez mais relevante na busca por fontes alternativas de energia.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo realizar simulações computacionais em um modelo de aerogerador offshore, fazendo uso de softwares comerciais para produção de códigos e geração de malha. Para tanto, foi utilizada a teoria de Mecânica dos Sólidos, o Método dos Elementos Finitos e o método de acoplamento de diferentes domínios através de Multiplicadores de Lagrange Localizados. Os objetivos específicos são:

- 1- Estudar o Método dos Multiplicadores de Lagrange Localizados na interação entre fluido e estrutura em um aerogerador off-shore através da implementação computacional da Regra do Momento Zero em malhas tridimensionais.
- 2- Aplicação do Método dos Elementos Finitos em uma malha tridimensional.
- 3- Analisar o efeito da coluna de água nas frequências de vibração do aerogerador.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Mecânica Lagrangiana, formulação clássica alternativa a Mecânica Newtoniana, obtém as equações do movimento de um sistema tratando as restrições como equações adicionais, tratando isoladamente cada corpo envolvido é obtido o trabalho resultante como soma de cada um dos trabalhos dos componentes. Cada subdomínio exerce influência nos demais através das restrições impostas. (GOLDSTEIN et al., 2000)

A metodologia para análise pode ser classificada em: Método de Adição de Penalidade, Método de Mortar e Método Dual.

O Método de Adição de Penalidade, proposto inicialmente por Bramble e Schatz (1971), utilizavam o parâmetro de penalidade para tratar a questão das restrições impostas entre domínios. Recentemente, uma formulação melhorada foi proposta para malhas não-conformes. (PANTANO E AVERILL, 2007)

O Método de Mortar propõe o acoplamento das interfaces dos subdomínios através de uma condição fraca denominada Condição de Mortar. Multiplicadores de Lagrange são inseridos entre os domínios como forças de contato que ligam diretamente os subdomínios (KIM et al.,2005).

O Método Dual propõe a introdução de uma Variável de Interface Adicional no sistema de equações. Uma superfície intermediária denominada película é interposta entre os domínios e cada contato é desmembrando em dois, relacionando cada domínio com a película interposta. Neste método, é utilizada a Regra do Momento Zero para determinar quais são os pontos nodais da película (ROSS et al.,2009).

Neste método é possível avaliar as condições de contato paralelamente ao restante das equações, conferindo mais flexibilidade ao código utilizado. Cada subdomínio é discretizado de forma separada de tal forma que as restrições impostas pelos demais subdomínios possam ser avaliadas em paralelo (PARK et al.,2001a) (GONZALEZ et al., 2008).

O trabalho recente que serve como base para este trabalho, de Cardoso(2014), implementou contato fluido-estrutura bidimensional partindo da projeção 2D de um aerogerador implementado com uma película linear. No software MATLAB foram desenvolvidos os códigos de implementação aplicados na malha desenvolvida no ANSYS.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Aero geradores

Os aerogeradores, ou turbinas eólicas, são dispositivos capazes de transformar a energia cinética do vento incidente em energia elétrica através da conversão de energia realizada no seu eixo interligado ao motor elétrico (MANWELL *et al*, 2009).

A partir da expressão de derivação da energia cinética do vento é possível determinar a potência gerada em um aerogerador, que de acordo com Manwell *et al*(2009) dada pela Equação 1:

$$P_t = \frac{1}{2} \rho A U^3 \quad (1)$$

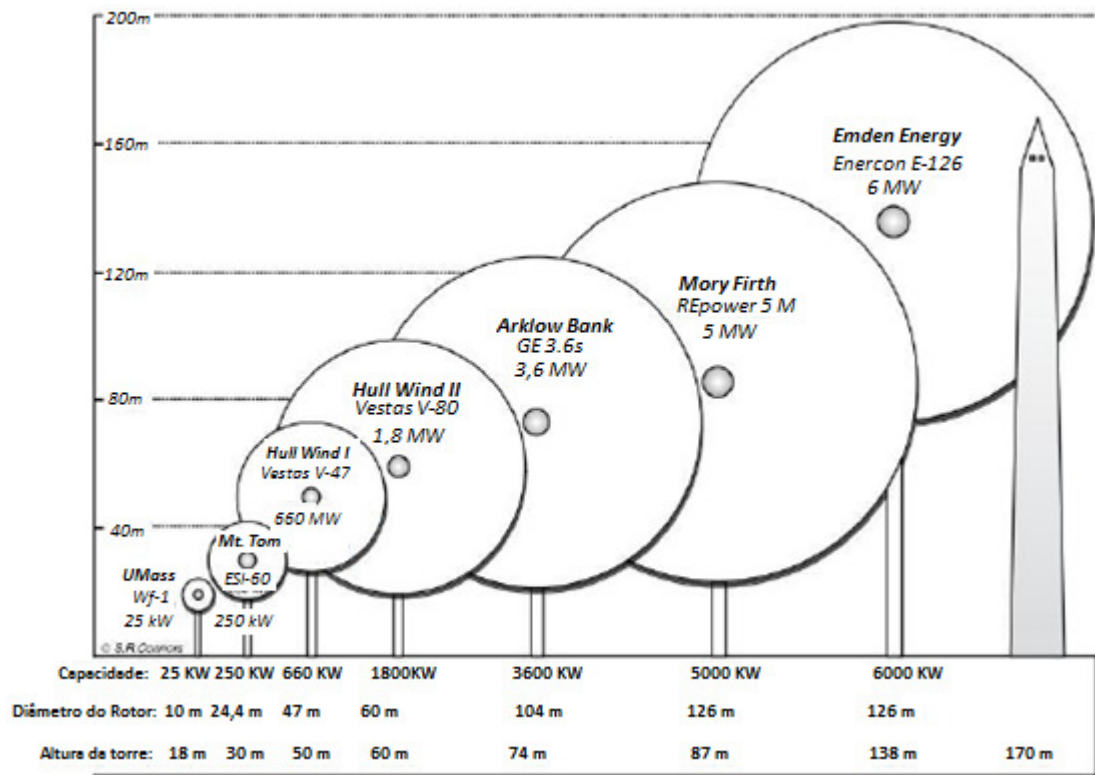
Onde ρ é densidade do ar, A é a área varrida pelo rotor e U é a velocidade do vento. Este valor de potência corresponde a toda energia cinética do vento que chega ao aerogerador. Uma fração desta energia será aproveitada é convertida em energia elétrica.

Um coeficiente de potência (C_p) é introduzido para considerar a fração da potência que é realmente transmitido para o eixo. Seu valor teórico máximo é conhecido como Limite de Beltz, ocorrendo em $C_p = 0,593$ (MANWELL *et al*, 2009).

$$P = C_p P_t = \frac{1}{2} C_p \rho A U^3 \quad (2)$$

Os aerogeradores podem ser classificados de acordo com diversos critérios, como por exemplo: tamanho e potência da turbina (conforme indicado na Figura 1), posicionamento das pás do aerogerador vertical ou horizontal, transmissão de energia direta (on-grid) ou com armazenamento para posterior distribuição (off-grid), fluxo de vento incide na parte dianteira (upward) ou traseira da turbina (downward), instalação em terra firme (on-shore) ou na água (off-shore). (MANWELL *et al*, 2009)

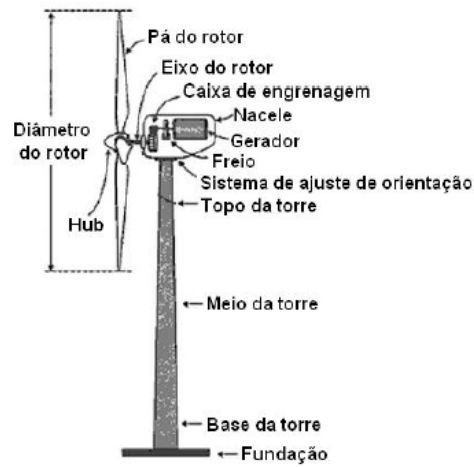
Figura 1: Classificação dos aerogeradores.



Fonte: MANWELL *et al.* (2009).

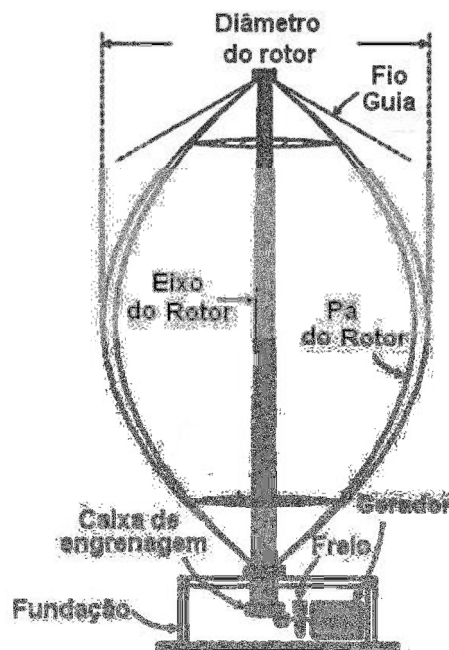
Os aerogeradores que tem o giro de suas pás na horizontal e tem seu eixo na vertical são também chamados de VAWT (*vertical-axis wind turbine*), enquanto que os de eixo horizontal são conhecidos pela sigla HAWT (*horizontal-axis wind turbine*). As Figuras 2 e 3 representam aerogeradores do tipo VAWT e HAWT, respectivamente (WU *et al.*, 2011):

Figura 2: Aerogerador de eixo horizontal.



Fonte: WU *et al.* (2011).

Figura 3: Aerogerador de eixo vertical.



Fonte: WU *et al.* (2011).

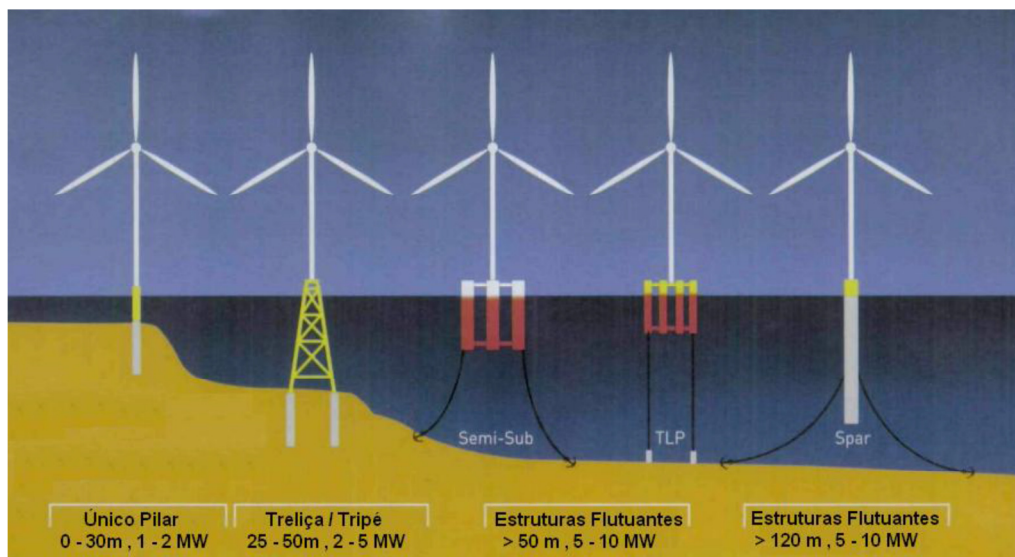
Os aerogeradores de eixo vertical possuem como vantagens ter componentes, como gerador e caixa de engrenagens instalados próximo ao chão, reduzindo custos de fabricação e manutenção. No entanto, os aerogeradores de eixo horizontal apresentam

aproveitamentos energéticos bem maiores, o que faz com eles sejam bem mais utilizados atualmente (TONG, 2010).

Os parques eólicos off-shore costumam apresentar maior aproveitamento energético que os em terra firme. Isso ocorre devido ao fato de que as superfícies off-shore são mais planas e livre de barreiras, possibilitando um fluxo de ar mais uniforme e livre de turbulências e perdas de velocidade. Na superfície da água, o fluxo de água é predominante em somente duas direções, reduzindo o espaçamento necessário entre aerogeradores para aproximadamente 2 a 4 vezes o tamanho do rotor, muito menor do que o espaçamento necessário nas on-shore, que é 10 vezes o tamanho do rotor. Essas condições favorecem a instalação de aerogeradores off-shore, principalmente quando deseja-se uma maior produção de energia. (KURIAN *et al*, 2010)

De acordo com a profundidade adotada para instalação, há diferentes tipos de fundações adequadas. As regiões são indicadas conforme profundidade e potência na Figura 4:

Figura 4: Turbinas off-shore conforme profundidade.



Fonte: RODIER e WEINSTEIN. (2010).

Nas regiões mais rasas, as estruturas de um só pilar, monopilares (também denominadas *monopile*), são mais encontradas pela viabilidade econômica. Após esta região, existe uma região intermediária entre 25m e 50m, onde surgem as estruturas tipo treliça. Após esta profundidade, são utilizadas os modelos semi-submersível, TLP e Spar. (RODDIER e WEINSTEIN, 2010)

3.2 O Método dos Elementos Finitos

O método dos Elementos é uma metodologia para encontrar soluções aproximadas de equações diferenciais. Este método divide o domínio do problema em partes menores, chamados de elementos finitos. Esta divisão proporciona uma representação mais precisa das diversas geometrias, materiais com propriedades distintas e efeitos localizados (REDDY, 2006).

Uma Equação diferencial pode ser representada da seguinte forma:

$$D[y(x), x] = 0, \quad a < x < b, \quad y(a) = y(b) = 0 \quad (3)$$

Onde $[a, b]$ representa o domínio a ser considerado e $y(a) = y(b) = 0$ são condições de contorno homogêneas.

Uma das metodologias em Elementos Finitos é o Método dos Resíduos Ponderados. No caso da Equação 3, a solução $y(x)$ é aproximada por uma função $y^*(x)$. Esta função é contínua no domínio $[a, b]$ e sujeita as mesmas condições de contorno de $y(x)$. Esta função consiste em uma combinação linear de funções de aproximação N_i utilizando constantes c_i , conforme a Equação 4 (HUTTON, 2003):

$$y^*(x) = \sum_{i=0}^n c_i N_i \quad (4)$$

A função resíduo $R(x)$ resulta da aplicação de $y^*(x)$ na Equação 3. Esta função é uma solução não-analítica.

$$R(x) = D[y^*(x), x] \neq 0 \quad (5)$$

Os valores de c_i são determinados através de um sistema de equações conforme segue:

$$\int_a^b w_i(x) R(x) dx = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

As funções arbitrárias $w_i(x)$ são chamadas de funções de ponderação. O método de resíduos ponderados de Galerkin estabelece que as funções de ponderação correspondem as de aproximação $N_i(x)$ (HUTTON, 2003).

$$w_i(x) = N_i(x) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

A formulação utilizando o método de resíduos ponderados de Galerkin é representada pela Equação 8:

$$\int_a^b w_i(x) R(x) dx = \int_a^b N_i(x) R(x) dx = 0 \quad (8)$$

Como exemplo, partindo da Equação diferencial 9, com as condições de contorno especificadas, no domínio (a,b) , pode-se aplicar o método dos resíduos ponderados de Galerkin. Dividindo o domínio em M elementos ligados através dos M+1 valores de x_i (HUTTON, 2003).

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + f(x) = 0 \quad , \quad y(a) = y_a \quad y(b) = y_b \quad (9)$$

$$Y^* = \sum_{i=1}^{M+1} Y_i n_i(x) \quad (10)$$

Onde as funções $n_i(x)$ são funções de aproximação associadas a cada coeficiente Y_i . Cada função tem valor diferente de zero somente em um intervalo específico do domínio. Esta relação é representada pela Equação 11 :

$$\begin{aligned} n_i(x) &= \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} , & \text{se } x_{i-1} \leq x \leq x_i \\ n_i(x) &= \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i} , & \text{se } x_i \leq x \leq x_{i+1} \\ 0, & & \text{se } x_{i-1} \geq x \text{ ou } x \geq x_{i+1} \end{aligned} \quad (11)$$

Combinando as equações 5, 10 e 11 chega-se a 12:

$$R(x, Y_i) = \sum_{i=1}^{M+1} \left[\frac{d^2 Y}{dx^2} + f(x) \right] = \sum_{i=1}^{M+1} \left[\frac{d^2 \{Y_i n_i(x)\}}{dx^2} + f(x) \right] \quad (12)$$

A partir desta Equação pode-se aplicar o método de Galerkin, expresso por 13:

$$\int_{x_a}^{x_b} n_j(x) R(x; Y_i) dx = \int_{x_a}^{x_b} n_j(x) \sum_{i=1}^{M+1} \left[\frac{d^2 \{Y_i n_i(x)\}}{dx^2} + f(x) \right] dx \quad j = 1, \dots, M+1 \quad (13)$$

De acordo com 11, neste somatório somente dois termos não são iguais a zero. Para isto foi considerado o intervalo $x_j \leq x \leq x_{j+1}$ Reduzindo a Equação 13 conforme segue:

$$\int_{x_j}^{x_{j+1}} n_j(x) \left[\frac{d^2 (Y_j n_j(x) + Y_{j+1} n_{j+1}(x))}{dx^2} + f(x) \right] dx$$

$$j = 1, \dots, M+1 \quad (14)$$

A integração para cada valor de j conduz a um sistema de $M+1$ equações e tem como variáveis as $M+1$ soluções Y_j (HUTTON, 2003).

3.3 Os Multiplicadores de Lagrange e Função Lagrangeana

Em problemas de otimização, uma função deve atender as restrições impostas por outra função. Estas restrições consistem em que os gradientes dessas funções tenham mesma direção, ou seja, um gradiente é igual à multiplicação do outro por uma constante. Cada uma dessas constantes obtidas em cada ponto de restrição é chamada de Multiplicadores de Lagrange (BRUNT, 2003).

Uma condição de mínimo de uma função $F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ com respeito as variáveis:

$$G_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = C_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (15)$$

onde cada valor de C_i é uma constante, é dada pela seguinte expressão:

$$\frac{\partial F^*}{\partial x_1} = \frac{\partial F^*}{\partial x_2} = \frac{\partial F^*}{\partial x_3} = \dots = \frac{\partial F^*}{\partial x_n} \quad (16)$$

Onde F^* é dada por:

$$F^* = F + \sum_{i=1}^N \lambda_i G_i \quad (17)$$

Cada constante $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ é chamada de multiplicadores de Lagrange. (WEINSTOCK, 1974)

A Função Lagrangeana (L_g) é utilizada para resolver problemas de otimização de uma determinada função f sujeita a uma restrição $g = c$, sendo c uma constante. É definida conforme Equação 18 (MCCALLUM, 2011):

$$L_g(x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) - \lambda(g(x_1, x_2, \dots, x_n) - c) \quad (18)$$

As derivadas parciais da Função Lagrangeana em relação a $x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda$ são utilizadas como condições para resolver o problema de otimização de uma função $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ sujeita a restrição da função $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Para isso cada uma das expressões de derivada é igualada a zero (MCCALLUM, 2011).

$$\frac{\partial L_g}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} - \lambda \frac{\partial g}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (19)$$

$$\frac{\partial L_g}{\partial \lambda} = -(g(x_1, x_2, \dots, x_n) - c) = 0 \quad (20)$$

3.4 Cálculo Variacional e Mecânica Lagrangeana

O Cálculo Variacional é uma importante ferramenta para o desenvolvimento da formulação de funcionais de energia deste trabalho. Através desta metodologia é possível computar uma função de todas as funções presentes no sistema. Enquanto o cálculo usual está relacionado com funções, o Variacional está relacionando com os funcionais. Para estabelecer qual a função que satisfaz a condição extrema (mínimo ou máximo) de um funcional, é estabelecida a Equação de Euler-Lagrange (LEMOS, 2007).

Esta formulação variacional é base para abordagem da Mecânica Lagrangeana. O Princípio de Hamilton é a base para este tipo de abordagem. As coordenadas generalizadas são os graus de liberdade de um sistema considerando as restrições cinemáticas impostas a ele. Tais restrições são chamadas de vínculos. O espaço gerado pelas coordenadas generalizadas é chamado de espaço de configurações (GOLDSTEIN et al., 2000).

Em um determinado sistema com N coordenadas generalizadas, o comportamento do sistema (como variam coordenadas e velocidades) entre dois dados instantes t_1 e t_2 . O

sistema pode ser caracterizado por uma certa função escalar L , dependente de N coordenadas generalizadas e N velocidades generalizadas, conforme a Equação 21.

$$L = L(q_1, q_2, \dots, q_N; \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_N, t) \quad (21)$$

A Equação 21 pode ser escrita de forma simplificada, conforme Equação 22, chamada de Lagrangeana do sistema:

$$L = L(q, \dot{q}, t) \quad (22)$$

A integração de L , indicada na Equação 23, é denotada chamada de ação:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt \quad (23)$$

O Princípio de Hamilton diz que a variação do sistema de uma configuração do tempo t_1 ao t_2 ocorre de tal forma que a integral ação do sistema é um mínimo. A diferenciação de S , de acordo com o cálculo variacional é mostrada na Equação 24. As $\delta\dot{q}_i(t)$ são funções arbitrárias de t (GOLDSTEIN et al., 2000).

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) \delta\dot{q}_i(t) dt \quad (24)$$

Aplicando a condição de mínimo, $\delta S=0$, chega-se a Equação 25, chamada de Equação de Euler-Lagrange (nome Euler está ligado ao cálculo variacional enquanto que Lagrange refere-se ao problema da mecânica Clássica). Para isso, considera-se que não há relação entre os vínculos e as funções \dot{q}_i e conseqüentemente os termos $\delta\dot{q}_i$ são independentes.

$$\left(\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = 0, i = 1, 2, \dots, N \quad (25)$$

Para a resolução desta Equação, a função Lagrangeana precisa ser definida. É nesta função que são inseridas as diversas parcelas de energia de acordo com a formulação do problema (GOLDSTEIN et al., 2000).

3.5 Localização dos nós da película (Regra do Momento Zero)

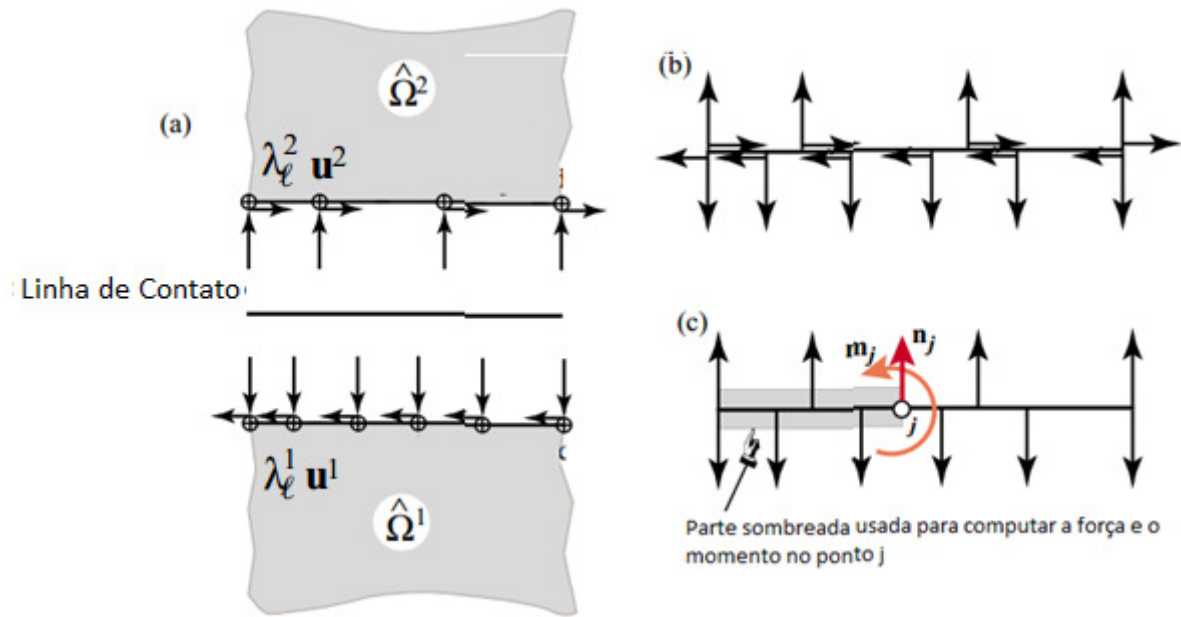
Uma interface intermediária, chamada de película, pode ser interposta entre os dois domínios para realizar o acoplamento entre os domínios com malhas não conformes, proveniente do problema de análise por Elementos Finitos ou Elementos de Contorno. Esta Película recebe os Multiplicadores de Lagrange. As posições dos nós da Película são definidas através da ZMR (*Zero Moment Rule*), traduzida como Regra do Momento Zero. Através desta regra é possível determinar os pontos de contato entre a película e cada um dos domínios envolvidos. Nestes nós da película atuam as forças de contato, que são os multiplicadores de Lagrange localizados.

A Figura 5(a) representa o posicionamento das forças de contato entre dois domínios $\widehat{\Omega}^1$ e $\widehat{\Omega}^2$. Para cada contato existem as forças associadas, que conservam o estado plano de tensão. A Figura 5(b) apresenta a disposição das forças na película de contato como um corpo livre. Os carregamentos e deslocamentos de translação (\mathbf{u}_{xj}) e rotação ($\mathbf{u}_{\theta j}$) em cada ponto j da película são definidos como vetores na Equação 26, a Figura 5(c) representa os esforços aplicados nos nós para o caso bidimensional. Esses valores \mathbf{n}_j e \mathbf{m}_j são interpretados como a força de cisalhamento transversal e momento fletor.

$$\lambda_{bj} = \begin{Bmatrix} \mathbf{n}_j \\ \mathbf{m}_j \end{Bmatrix} = T_l \begin{Bmatrix} \lambda_l^1 \\ \lambda_l^2 \end{Bmatrix}, \mathbf{u}_{bj} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{xj} \\ \mathbf{u}_{\theta j} \end{Bmatrix} \quad (26)$$

Os deslocamentos de rotação e translação são considerados linearmente independentes, não influenciando a energia de deformação de cada um dos subdomínios em contato. Esta condição determina os pontos onde serão aplicados os multiplicadores de Lagrange.

Figura 5: Posicionamento das forças de contato.



Fonte: Adaptado de Park *et al*, 2001.

A Equação 27 representa o funcional de energia na película na condição de equilíbrio em termos dos multiplicadores de Lagrange e dos deslocamentos.

$$G_{ub}(\lambda_b, \delta \mathbf{u}_b) = \sum_{j=1}^M M \lambda_b^T \delta \mathbf{u}_b = \sum_{j=1}^M \mathbf{n}_j^T \delta \mathbf{u}_{xj} + \sum_{j=1}^M \mathbf{m}_j^T \delta \mathbf{u}_{\theta j} = 0 \quad (27)$$

O único campo de deslocamentos de película que não causam deformações são seus modos de equilíbrio. Desta forma, os deslocamentos nodais de translação e rotação devem ser os mesmos (PARK *et al*, 2001).

$$\mathbf{u}_{x1}^r = \mathbf{u}_{x1}^r = \dots = \mathbf{u}_{xM}^r = \alpha_x \quad (28)$$

$$\mathbf{u}_{\theta 1}^r = \mathbf{u}_{\theta 1}^r = \dots = \mathbf{u}_{\theta M}^r = \alpha_\theta \quad (29)$$

Escrevendo em termos de α_x e α_θ :

$$G_{ub}(\lambda_b, \delta \mathbf{u}_b^r) = [\sum_{j=1}^M \mathbf{n}_j^T] \delta \alpha_x + [\sum_{j=1}^M \mathbf{m}_j^T] \delta \alpha_\theta = 0 \quad (30)$$

O caso tridimensional, ilustrado na Figura 6, na qual a interface de contato é representada como superfície. A Equação 31 representa uma adaptação da Equação 26.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{n}_j \\ \mathbf{m}_j \end{Bmatrix} = \sum_s \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s & 0 \\ \chi_s^T & \mathbf{I}_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{n}_{ls} \\ \mathbf{m}_{ls} \end{Bmatrix} \quad (31)$$

$$\chi_s = \begin{bmatrix} 0 & -(z_k - z_{ls}) & (y_k - y_{ls}) \\ (z_k - z_{ls}) & 0 & -(x_k - x_{ls}) \\ -(y_k - y_{ls}) & (x_k - x_{ls}) & 0 \end{bmatrix}, \text{ se } (x_k \geq x_{ls}, y_k \geq y_{ls}, z_k \geq z_{ls}) \quad (32)$$

$\chi_s = 0$, caso contrário

$$\mathbf{I}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{xs} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{i}_{ys} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{i}_{zs} \end{bmatrix}, \mathbf{i}_{xs} = \begin{cases} 1 & \text{se } (x_k - x_{ls}) \geq 0 \\ 0 & \text{se } (x_k - x_{ls}) < 0 \end{cases} \quad (33)$$

Os pontos (x_{ls}, y_{ls}, z_{ls}) são os pontos onde serão localizados os carregamentos de interface. Substituindo os carregamentos da Equação 31 na formulação variacional da Equação 30. A solução da Equação do Equilíbrio do Momento fornece a localização dos nós (PARK *et al*, 2001).

$$G_{ub}(n, m, \delta \alpha_b, \delta \alpha_\theta) = \left[\sum_{s=1}^N \mathbf{n}_{ls}^T \right] \delta \alpha_x + [(\mathbf{n}_s^T \hat{\chi}_1 + \mathbf{m}_s^T \hat{\mathbf{I}}_1 + \dots + \mathbf{n}_s^T \hat{\chi}_M + \mathbf{m}_s^T \hat{\mathbf{I}}_M)] \delta \alpha_\theta = 0 \quad (34)$$

$$\hat{\chi}_k^T = \langle \chi(x_k - x_{l1})^T \chi(x_k - x_{l2})^T \dots \chi(x_k - x_{lN})^T \rangle$$

$$\hat{\mathbf{I}}_k^T = \langle \mathbf{I}(x_k - x_{l1})^T \mathbf{I}(x_k - x_{l2})^T \dots \mathbf{I}(x_k - x_{lN})^T \rangle$$

$$\mathbf{I}(x_k - x_{l1}) = \begin{cases} 1 & \text{se } x_k - x_{l1} > 0 \\ 0 & \text{se } x_k - x_{l1} \leq 0 \end{cases}$$

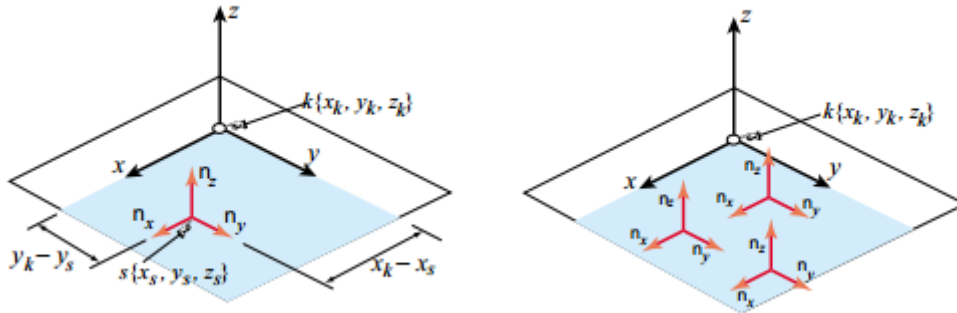
Onde N é o número de nós mapeados que contribuem ao ponto k .

As equações resultantes de equilíbrio de força e momento:

$$\text{Equilíbrio de Força: } \sum_{s=1}^N \mathbf{n}_{l_s}^T = 0 \quad (35)$$

$$\text{Equilíbrio de Momento: } [(\mathbf{n}_s^T \hat{\chi}_1 + \mathbf{m}_s^T \hat{\mathbf{l}}_1 + \dots + \mathbf{n}_s^T \hat{\chi}_M + \mathbf{m}_s^T \hat{\mathbf{l}}_M)] = 0 \quad (36)$$

Figura 6: Interface de contato.



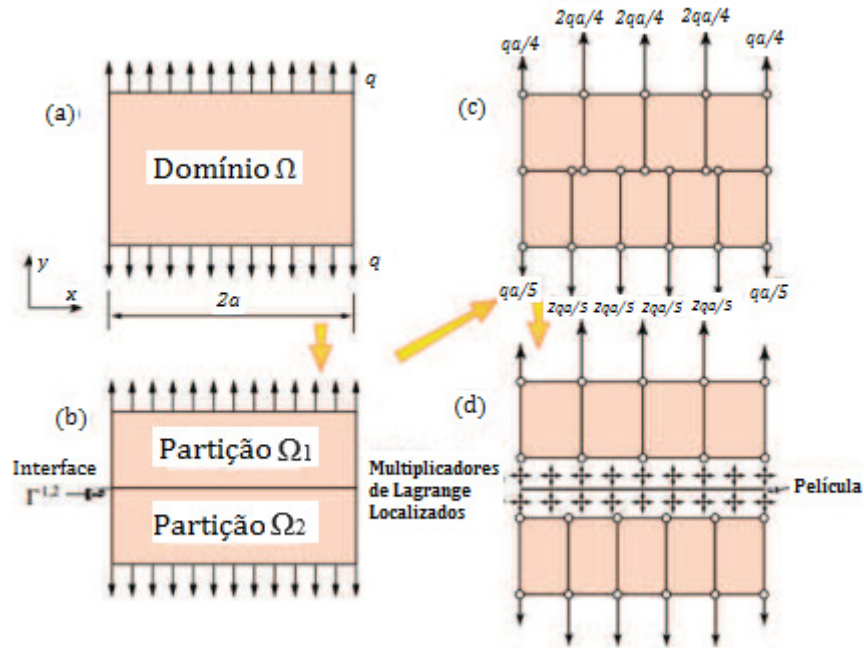
Fonte: Adaptado de Park *et al*,2001.

Para fins de exemplificação, considere o domínio bidimensional Ω representado na Figura 7, que representa uma placa retangular em estado plano de tensão, comprimento $2a$ e espessura uniforme com carregamento de tração $+q$ nas faces horizontais. No caso a tensão resultante é somente a componente $\sigma_{yy} = q$.

O domínio foi dividido em dois subdomínios com malhas distintas, Ω_1 e Ω_2 , o primeiro com quatro elementos quadrilaterais iguais e o segundo com cinco elementos quadrilaterais iguais. A película então é interposta como interface de contato entre os subdomínios. Ao carregamento q foi atribuído um valor unitário.

Um sistema de coordenadas parametrizadas ξ é introduzido para localização da película, com ξ variando de -1 até 1 . As forças $f_{ci,m}$ que incidem sobre cada nó são representadas no diagrama de corpo livre da Figura 8. O índice i varia de 1 a 6 para a o contato com o subdomínio 1 ($m=1$), e varia de 1 a 5 para o subdomínio com a partição 2 ($m=2$).

Figura 7: Exemplo de aplicação da Regra do Momento Zero.



Fonte: Cardoso, 2014.

Figura 8: Diagrama de Corpo Livre da Película.



Fonte: Cardoso, 2014.

A função momento no sistema de coordenadas parametrizadas é:

$$M(\xi) = \sum_i f_{ci}^m R(\xi - \xi_i^m), \text{ com } R(x - a) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < a \\ x - a & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad (37)$$

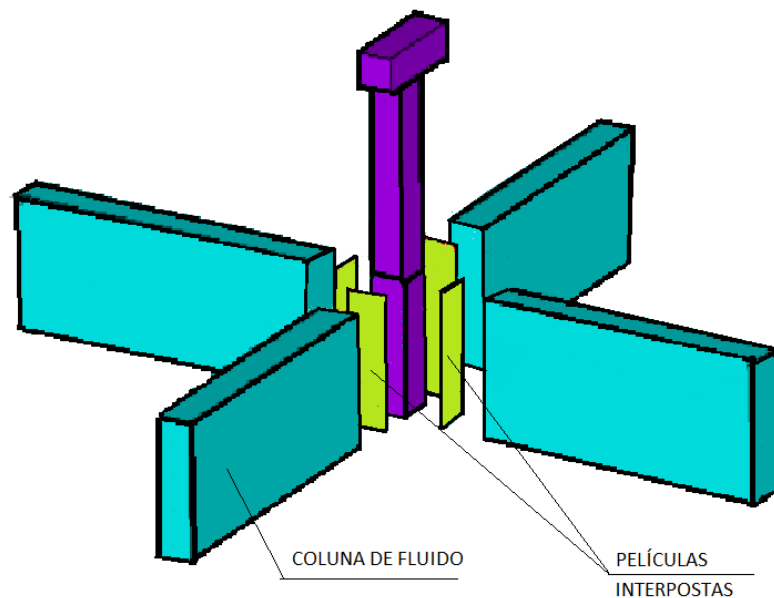
Os nós da película estão nos pontos onde $M(\xi) = 0$. A Equação 37 aplicada ao exemplo retorna os seguintes valores de posição dos nós: $\xi = \pm 1$, $\xi = \pm 19/35$, $\xi = \pm 2/25$ e $\xi =$

$\pm 2/5$.

De posse da localização dos nós, os multiplicadores de Lagrange podem ser posicionados corretamente, conservando os Estado de Tensão apresentado na Figura 7.

A análise tridimensional do presente trabalho produz películas de contato planas no contato entre fluido e sólido. Para o contato entre cada uma das 4 faces da torre do aerogerador e o fluido, uma película foi gerada. Na figura 9, são representadas as películas interpostas entre a torre do modelo de aerogerador e as colunas de água.

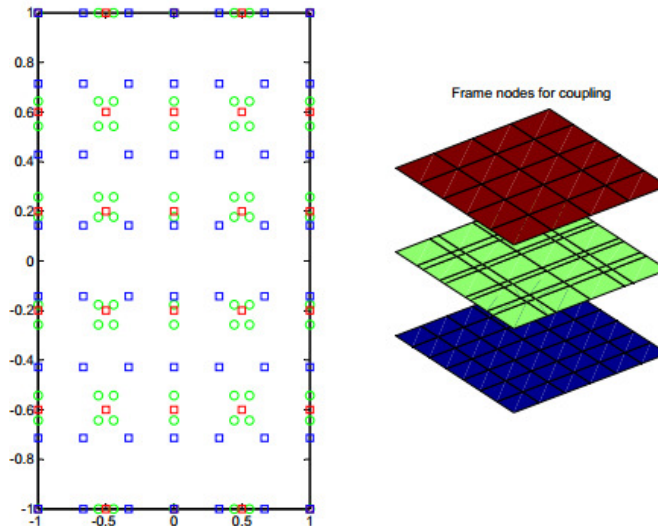
Figura 9: Posicionamento das películas interpostas.



Fonte: O autor.

A Figura 10 mostra os pontos nodais da película interposta entre uma face torre do aerogerador e o fluido. Os pontos em vermelho são correspondentes aos nós do sólido, os nós em azul, correspondem aos nós do fluido. A película resultante têm seus nós representados em verde.

Figura 10: Pontos nodais da película.



Fonte: O autor.

3.6 Método dos Multiplicadores de Lagrange: formulação variacional

O método em análise tem como base as equações de energia total do sistema, contabilizando separadamente a contribuição de cada subdomínio do sistema. Devido à película e suas restrições em relação aos domínios aos quais ela interliga, surge um termo de funcional próprio a ser contabilizado, conforme a Equação 38:

$$\pi = \pi_1 + \pi_2 + \pi_p \quad (38)$$

Onde π_1 e π_2 são os funcionais dos domínios em contato e π_p é o funcional da película interposta entre os domínios.

Neste contexto aparece o conceito de Multiplicadores de Lagrange Localizados (*Localized Lagrange Multipliers-LLM*), que vem do fato de que na análise, cada nó da película recebe dois Multiplicadores de Lagrange, uma para cada domínio de contato. Esta consideração faz com que seja possível tratar os subdomínios como sendo livre e o trabalho total é uma simples soma de cada contribuição individual de cada um dos componentes do sistema. Os deslocamentos da película e de cada um dos domínios são os mesmos em cada ponto da fronteira. (PARK e FELIPPA, 1999).

Pode-se chegar as equações que governam o sistema através da variação do funcional da energia total do sistema, a partir de então, pode-se discretizar no espaço e tempo as equações para implementação. A abordagem deste trabalho diz respeito a interação fluido-estrutura. Para um sólido, expressão do funcional é indicada na Equação 39: (ROSS et al., 2009)

$$\pi_S = \frac{1}{2} \int_{\Omega_S} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} d\Omega_S - \int_{\Omega_S} u_{Si} (b_{Si} - \rho_S \ddot{u}_{Si} - d_S \dot{u}_{Si}) d\Omega_S - \int_{\Gamma_S} u_{Si} T_{Si} d\Gamma_S \quad (39)$$

Ω é o domínio, Γ é a fronteira do corpo, T é a tração na superfície, σ_{ij} é o tensor de tensão, ε_{ij} é o tensor de deformação, ρ é a densidade, d_S é o termo de amortecimento estrutural, u_i é o deslocamento, o subscrito S refere-se a estrutura.

No caso de fluido, é considerado incompressível, irrotacional, invíscido e adiabático. O funcional do fluido é dado pela Equação 3.5.3: (ROSS et al., 2009)

$$\pi_F = \frac{\rho_F c^2}{2} \int_{\Omega_F} \left(\frac{\partial u_{Fj}}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial u_{Fk}}{\partial x_k} \right) d\Omega_F + \int_{\Omega_F} \rho_F u_{Fi} \ddot{u}_{Fi} d\Omega_F - \int_{\Omega_F} u_{Fi} b_{Fi} d\Omega_F - \int_{\Gamma_F} u_{Fi} T_{Fi} d\Gamma_F \quad (40)$$

A densidade do fluido é ρ_F , u_F é o deslocamento do fluido b_{Fi} são forças internas, T_{Fi} é tração na superfície do fluido. O termo Γ representa a fronteira física do fluido. O funcional da película entre fluido e estrutura é:

$$\pi_P = \int_{\Gamma_{FP}} \lambda_{Fi} n_i (u_{Fi} n_i - u_{Bi} n_i) d\Gamma_{FP} - \int_{\Gamma_{SP}} \lambda_{Si} n_i (u_{Si} n_i - u_{Bi} n_i) d\Gamma_{SP} \quad (41)$$

Os termos Γ_{FP} e Γ_{SP} referem-se as fronteiras fluido-película e sólido-película, respectivamente. O vetor n_i é unitário e normal a fronteira. O subscrito P refere-se a película.

3.7 Aplicação do Método dos Elementos Finitos

A partir da formulação dos funcionais, a metodologia consiste na discretização destas equações através do Método dos Elementos Finitos. As funções de forma N , para sólido e líquido, são lineares, da seguinte forma:

$$u_{Si}^{(e)} = N_S u_S^e \quad (42)$$

$$u_{Fi}^{(e)} = N_F u_F^e \quad (43)$$

Nas equações 36 e 37, os deslocamentos do elemento fluido $u_{Fi}^{(e)}$ e elemento sólido $u_{Si}^{(e)}$ são ponderados pelas funções de forma N e dos deslocamentos nodais u_F^e e u_S^e . Estes deslocamentos nodais serão computados no funcional discretizado.

Para a estrutura, o equacionamento utilizado para encontrar, através do Método da Rigidez Direta, é indicada na Equação 44:

$$M_S \ddot{u}_S + C_S \dot{u}_S + K_S u_S = f_S - B_S \lambda_S \quad (44)$$

As matrizes M_S , C_S , K_S são de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, u_S são os deslocamentos nodais, f_S é a força externa aplicada. λ_S diz respeito às forças de interação fluido-estrutura e B_S é uma matriz booleana que é aplicada no vetor de forças de interação, de tal forma que estas as forças são aplicadas nos nós corretos.

Cada elemento tem suas matrizes de rigidez, amortecimento, massa e força. A partir desses valores a nível elementar são elaboradas as matrizes globais.

$$K_S^e = \int_{\Gamma_S^e} B^T E B d\Omega_S^e \quad (45)$$

$$C_S^e = ds \int_{\Omega_S^e} N_S^T N_S d\Omega_S^e \quad (46)$$

$$M_S^e = \rho_S \int_{\Omega_S^e} N_S^T N_S d\Omega_S^e \quad (47)$$

Onde E e B são as matrizes constitutiva e de deformação do sólido. Para o sólido. Para o fluido a Equação é 48 formada a partir das matrizes globais :

$$M_F \ddot{u}_F + K_F u_F = f_F - B_F \lambda_F \quad (48)$$

Os termos M_F , K_F e f_F elementares estão indicados nas equações 49, 50,51:

$$K_F^e = \rho_F c^2 \int_{\Omega_S^e} (\nabla N_F)^T \nabla N_F d\Omega_F^e \quad (49)$$

$$M_F^e = \rho_F \int_{\Omega_F^e} N_F^T N_F d\Omega_F^e \quad (50)$$

$$f_F^e = \int_{\Omega_F^e} N_F^T b_F d\Omega_F^e + \int_{\Gamma_F^e} N_F^T T_F d\Gamma_F^e \quad (51)$$

Na Equação 48, B_F é a matriz booleana que seleciona os nós onde são aplicadas as forças λ_F dentre as forças nodais do fluido.

O funcional da película é discretizado com funções Delta de Dirac, desta forma ficam definidas as forças e os pontos correspondentes de aplicação. (ROSS et al., 2009)

$$\lambda_S(x) = N_{\lambda_{S_i}} \lambda_{S_i} \quad (52)$$

$$\lambda_F(x) = N_{\lambda_{F_i}} \lambda_{F_i} \quad (53)$$

As funções N são dadas em 54 e 55, nestas equações $x_{\lambda_{S_i}}$ é o vetor posição do multiplicador de Lagrange de índice i na fronteira sólido-película e $x_{\lambda_{F_j}}$ é o vetor posição do multiplicador de Lagrange de índice j na fronteira fluido-película.

$$N_{\lambda_{S_i}} = \delta(x - x_{\lambda_{S_i}}) \quad (55)$$

$$N_{\lambda_{F_j}} = \delta(x - x_{\lambda_{F_j}}) \quad (56)$$

A partir de então é possível determinar a forma discretizada da Equação 35, cada um dos termos são indicados nas equações 57 e 58:

$$\int_{\Gamma_{SP}} \lambda_{S_i} n_i u_{S_i} n_i d\Gamma_{SP} = \lambda_S^T \left[\int_{\Gamma_{SP}^e} N_{\lambda_S}^T n^e n^{eT} N_S d\Gamma_{SP}^e \right] u_S = \lambda_S^T [B_S^e] u_S \quad (57)$$

$$\int_{\Gamma_{FP}} \lambda_{F_i} n_i u_{F_i} n_i d\Gamma_{FP} = \lambda_F^T \left[\int_{\Gamma_{FP}^e} N_{\lambda_F}^T n^e n^{eT} N_F d\Gamma_{FP}^e \right] u_F = \lambda_F^T [B_F^e] u_F \quad (58)$$

As matrizes elementares B_S^e e B_F^e que são responsáveis por aplicar nos nós corretos os multiplicadores de Lagrange. Esta matriz tem um caráter booleano, assumindo valor 1 no caso de haver aplicação da força no nó em questão e zero quando não há aplicação. Estas matrizes elementares são reunidas nas matrizes globais B_S e B_F . O deslocamento dos nós da película é discretizado também com função linear:

$$u_{p_i}^e = N_B u_p^e \quad (59)$$

Aplicando 59 em cada um dos termos de funcional da película chega-se aos termos representados nas equações 60 e 61:

$$\int_{\Gamma_{SP}} \lambda_{Si} n_i u_{Si} n_i d\Gamma_{SP} = \lambda_S^T \left[\int_{\Gamma_P} N_{\lambda_S}^T n n^T N_P d\Gamma_P \right] u_p = \lambda_S^T L_S u_p \quad (60)$$

$$\int_{\Gamma_{FP}} \lambda_{Fi} n_i u_{Fi} n_i d\Gamma_{FP} = \lambda_F^T \left[\int_{\Gamma_P} N_{\lambda_F}^T n n^T N_P d\Gamma_P \right] u_p = \lambda_F^T L_F u_p \quad (61)$$

O funcional discretizado do sistema que será derivado para encontrar as equações a serem implementadas é:

$$\begin{aligned} \pi_T = & u_S^T \left(\frac{1}{2} K_S u_S + C_S \dot{u}_S + M_S \ddot{u}_S - f_S \right) + u_F^T \left(\frac{1}{2} K_F u_F + M_F \ddot{u}_F - f_F \right) + \lambda_S^T (B_S^T u_S - L_S u_p) \\ & + \lambda_F^T (B_F^T u_F - L_F u_p) \end{aligned} \quad (62)$$

A este funcional deve ser adicionada a condição de irrotacionalidade, que preve a ausência de rotação no domínio do fluido. As equações a seguir representam a aplicação desta condição para cada grau de liberdades de rotação dos nós.

$$\vec{\omega} = \omega_x \vec{i} + \omega_y \vec{j} + \omega_z \vec{k} = \frac{1}{2} \left[\vec{i} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] = \frac{1}{2} \nabla \times \vec{V} = 0 \quad (63)$$

Para cada nó, a condição é então adicionada com respeito a cada uma das três rotações. Como cada elemento 3D tem 8 nós e 3 rotações possíveis, a matriz elementar comporta 24 condições impostas. Para cada nó a Equação 64 é aplicada.

$$\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (64)$$

Aplicando-se o Princípio da Energia Mínima ($\delta\pi=0$) para definir as equações que governam o sistema: (PARK et al.,2001a):

$$\begin{array}{l} \text{Equilíbrio estrutural} \\ \text{Equilíbrio fluido} \\ \text{Restrição de interface sólida} \\ \text{Restrição de interface fluido} \\ \text{Condição de irrotacionalidade} \\ \text{Balanço de força na película} \end{array} \begin{bmatrix} KM_S & 0 & B_S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & KM_F & 0 & B_F & F_F & 0 \\ B_S^T & 0 & 0 & 0 & 0 & -L_S \\ 0 & B_F^T & 0 & 0 & 0 & -L_F \\ 0 & F_F^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L_S^T & -L_F^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_S \\ u_F \\ \lambda_S \\ \lambda_F \\ \mu \\ u_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_S \\ f_F \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (65)$$

Os termos KM_S e KM_F são dados nas equações 66 e 67:

$$KM_S = M_S \frac{d^2}{dt^2} + C_S \frac{d}{dt} + K_S \quad (66)$$

$$KM_F = M_F \frac{d^2}{dt^2} + K_F \quad (67)$$

Na formulação dinâmica, são tomados como dados iniciais a força externa aplicada e os valores inicial e final de faixa de frequência, com valores f_i e f_f , com $k - 1$ divisões, carregando assim um vetor de frequências ω_k . Com este vetor ω , a aplicação da k -ésima iteração é expressa na Equação 68:

$$\begin{bmatrix} K_S + i\omega_k C_S - \omega_k^2 M_S & 0 & B_S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_S + i\omega_k C_S - \omega_k^2 M_S & 0 & B_F & F_F & 0 \\ B_S^T & 0 & 0 & 0 & 0 & -L_S \\ 0 & B_S^T & 0 & 0 & 0 & -L_F \\ 0 & F_F^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L_S^T & -L_F^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_S \\ u_F \\ \lambda_S \\ \lambda_F \\ \mu \\ u_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_S \\ f_F \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (68)$$

3.8 Condição de Contorno do Meio Fluido

A Condição de Contorno para o Meio Infinito foi admitida para o fluido. Este caso contempla uma fronteira com coordenadas muito distantes da origem do sistema de coordenadas. Esta condição de contorno influencia os termos de Matriz de Amortecimento do funcional de Energia descrito na Equação 62.

A formulação de fluido incorpora a condição de Onda Plana, que depende da velocidade normal da fronteira.

$$p = \rho c \dot{u}_n \quad (69)$$

Onde c é a velocidade do som no meio, p é a pressão e u_n é a componente de velocidade normal da fronteira (FELLIPPA, 1980).

No funcional de energia do fluido, existe um termo de tração da superfície. Partindo da condição de aproximação de Onda Plana, a relação entre tração e pressão é mostrada na Equação 62 (ROSS, 2006).

$$T_{F_i} = -pn_i \quad (70)$$

Resultando em um termo de amortecimento a ser adicionado na Equação do fluido:

$$C_F^e = \int_{\Gamma_{F_{cont}}} c\rho_F N^T n^e n^{e^T} N d\Gamma_{F_{cont}} \quad (71)$$

Onde $\Gamma_{F_{cont}}$ representa o contorno do meio infinito, n é o vetor normal ao contorno, N é a função de forma.

3.9 Análise no domínio da frequência

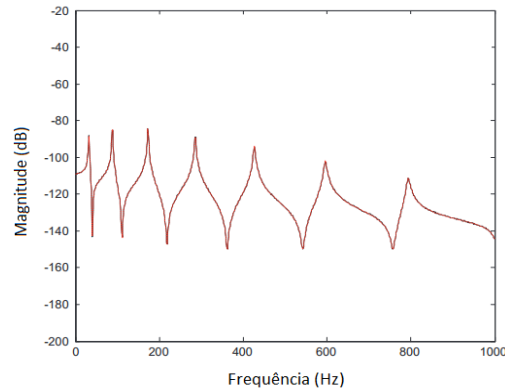
A análise de resposta em frequência produz como resultado a curva que relaciona as amplitudes correspondente a cada frequência de vibração do sistema. As propriedades de massa, rigidez e amortecimento influenciam diretamente na função resposta de frequência.

A função resposta de frequência pode ser expressa em função das propriedades do sistema de acordo com a equação 72. Os termos k, m, c, ω são respectivamente termos de rigidez, massa, amortecimento e frequência (RAO,2010)

$$H = \frac{1}{k - m\omega^2 + ic\omega} \quad (72)$$

O diagrama de Bode é uma representação gráfica que relaciona a amplitude com a frequência de excitação dentro de um intervalo de frequências estabelecido. A Figura 11 mostra um exemplo de diagrama de Bode (ARORA,2013).

Figura 11: Exemplo de Diagrama de Bode.



Fonte: Adaptado de Arora(2013).

4 Simulação

4.1 Definição do Sistema

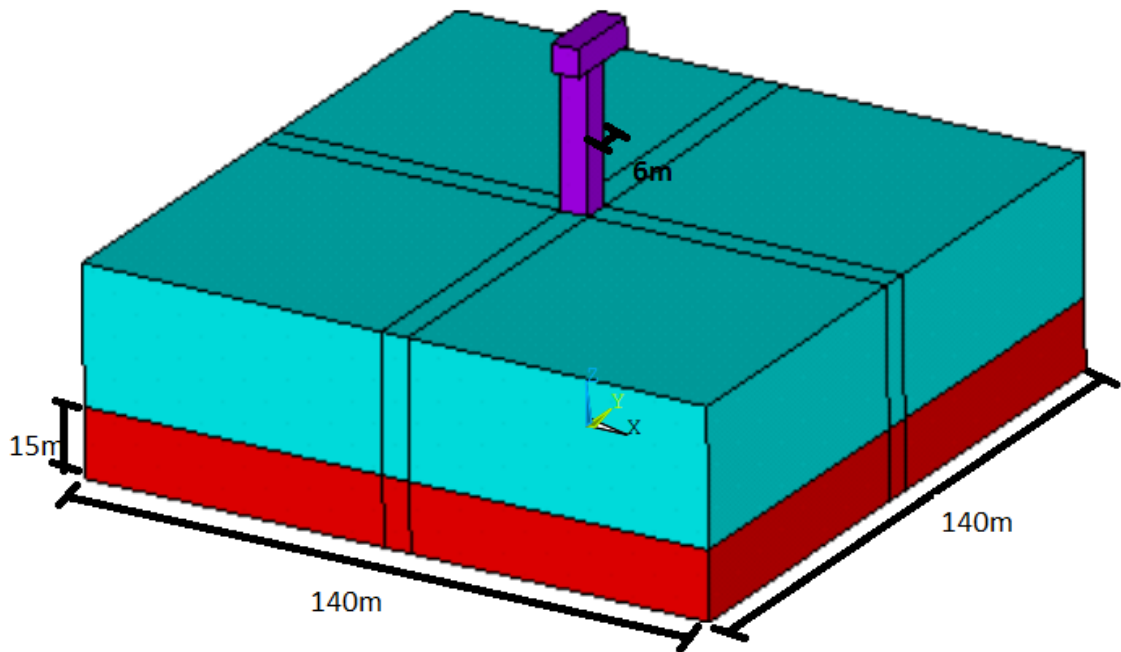
Para a análise foi feito um modelo simplificado de aerogerador offshore com fundação tipo monopile. Os subdomínios presentes são: o aerogerador, o fluido ao redor e a fundação (solo), onde a base da turbina esta engastada. As geometrias e malhas foram geradas no software ANSYS. O código fonte da malha de fluido foi extraído para edição, com o objetivo realizar simulações com diferentes tamanhos de elemento e altura de fluido.

A densidade do fluido considerado na análise é $\rho_f = 1000\text{kg}/\text{m}^3$ e a velocidade do som $c = 1412\text{m}/\text{s}$.

As propriedades do sólido são : Módulo de Young do solo $E_{\text{solo}} = 70 \cdot 10^9$ Pa e da turbina(aço) $E_{\text{turbina}} = 200 \cdot 10^6$ Pa , coeficientes de poisson $\nu_{\text{solo}} = \nu_{\text{turbina}} = 0,3$. $\rho_{\text{solo}} = 2100\text{kg}/\text{m}^3$ e $\rho_{\text{turbina}} = 2300\text{kg}/\text{m}^3$.

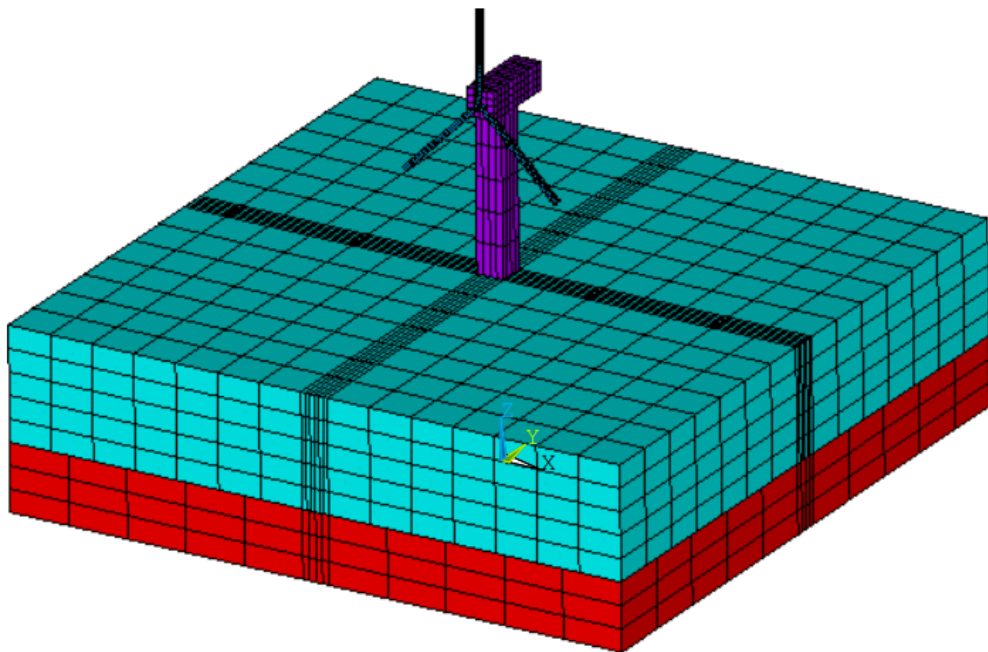
As dimensões totais do domínio de estudo e do modelo de aerogerador são indicadas na Figura 11.

Figura 11: Sistema em análise.



Fonte: O autor.

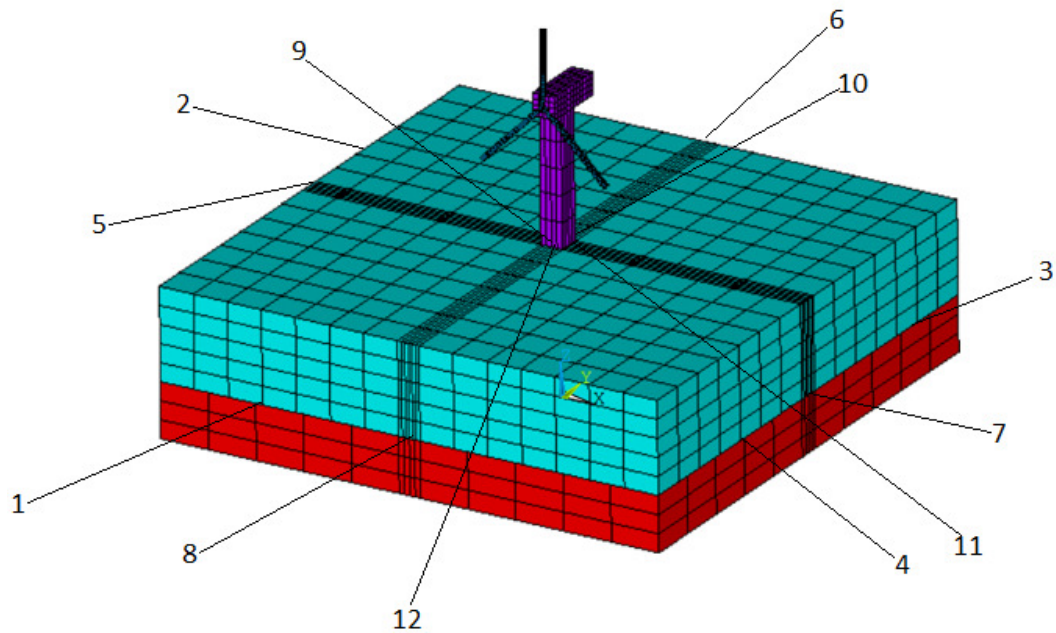
Figura 12: Malha de Elementos Finitos



Fonte: O autor.

A Figura 12 mostra um exemplo de malha a gerada, com os diferentes tipos de elementos para solo, fluido e aerogerador.

Figura 13: Posicionamento das películas.



Fonte: O autor.

Conforme apresentado na Figura 13, as películas idênticas de 1 até 4 correspondem ao contato entre fluido e solo, bem como as películas idênticas de 5 até 8. Estas películas citadas são superfícies geradas no plano horizontal.

Já as películas idênticas de 9 até 12, correspondem ao contato entre o fluido e a torre do aerogerador e são superfícies verticais.

4.2 Rotinas de trabalho

Os arquivos que contém os nós e elementos foram carregados no software MATLAB, e lidos pelos códigos implementados. Dois programas principais foram executados: um considerando a presença do solo, gerando 12 superfícies de contato; e outro sem a malha correspondente ao solo aplicando uma condição de contorno na superfície inferior da malha de fluido. Este último tipo tem somente 4 películas correspondentes as 4 interfaces torre-fluido, pois não há contato entre fluido e solo.

A saída do programa são as interfaces de contato geradas e o gráfico de resposta em frequência com eixos as frequências de vibração do aerogerador (com e sem o fluido). Um carregamento pontual correspondente ao peso de 1000N foi adicionado no nó 147, na parte superior da necele.

Um arquivo recebe o as coordenadas e índices dos nós, restrições de deslocamento e fronteira. Versões deste arquivo preenchidas, de acordo com a malha de fluido gerada, e são lidas nos programas principais para a obtenção dos vetores de deslocamento, as películas geradas e o gráfico de resposta em frequência.

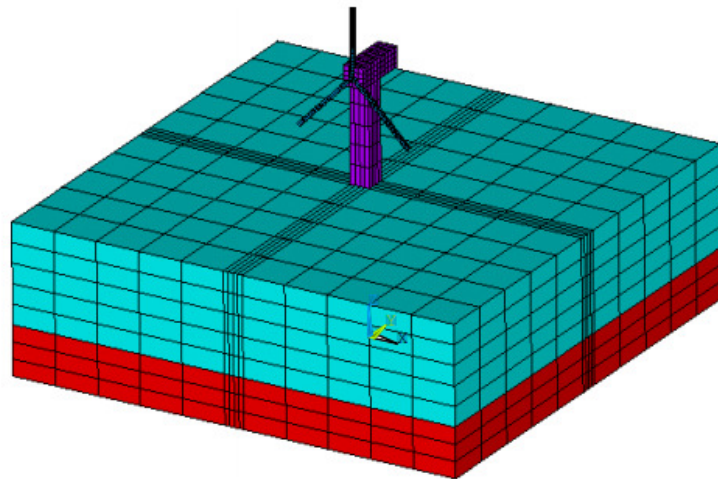
Com os scripts de malha de fluido e graus de liberdade gerados, estes são lidos pelo software ANSYS, onde são executados, produzindo como resultado o comportamento das malhas mediante as condições pré-estabelecidas de malha e carregamento. Desta forma, o campo de deslocamentos e a continuidade cinemática do sistema podem visualizados.

5 Resultados

A seguir, são apresentados os resultados obtidos para algumas malhas variando a razão entre número elementos de fluido e sólido e o arquivo gerador de malha. Nos códigos para geração de malha de fluido, o fator levado em consideração é a razão entre nós de fluido e solo.

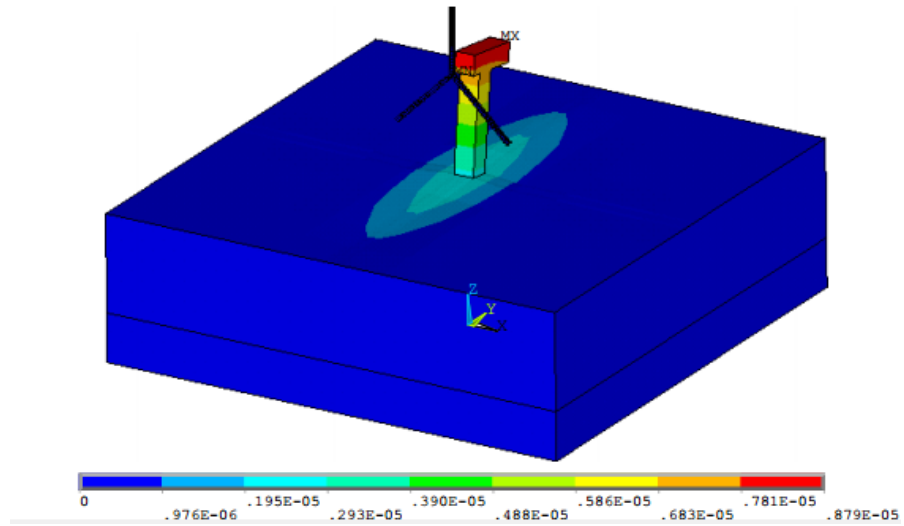
O primeiro exemplo de malha utilizado tem uma razão entre número de elementos de fluido e sólido igual a 1, com a malha do solo presente.

Figura 14: Malha de Elementos Finitos monopileteste1



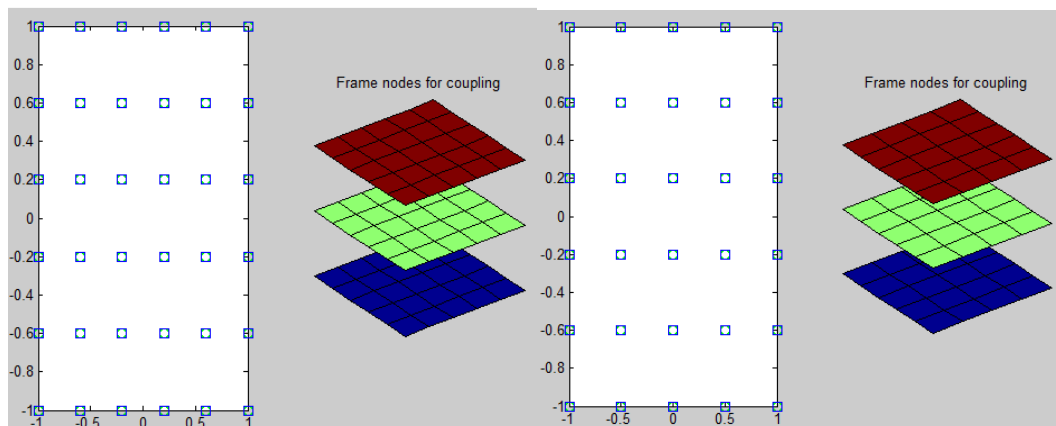
Fonte: O autor.

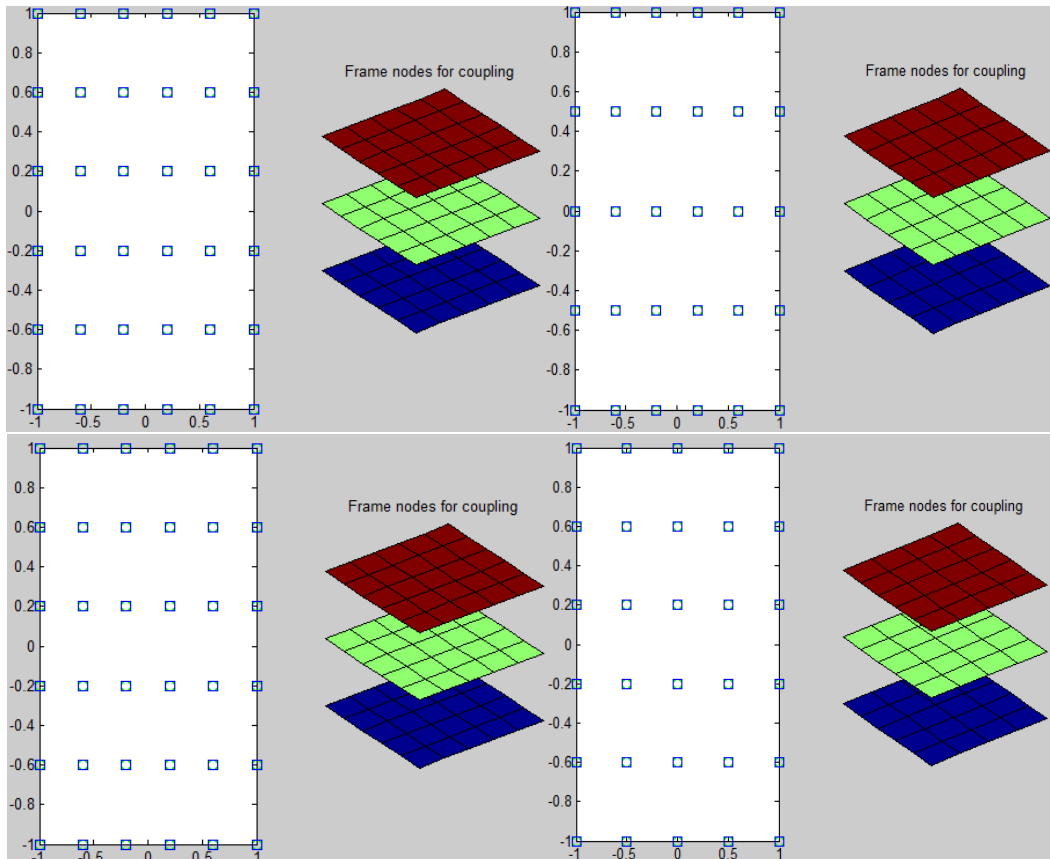
Figura 15: Deslocamentos monopileteste1



Fonte: O autor.

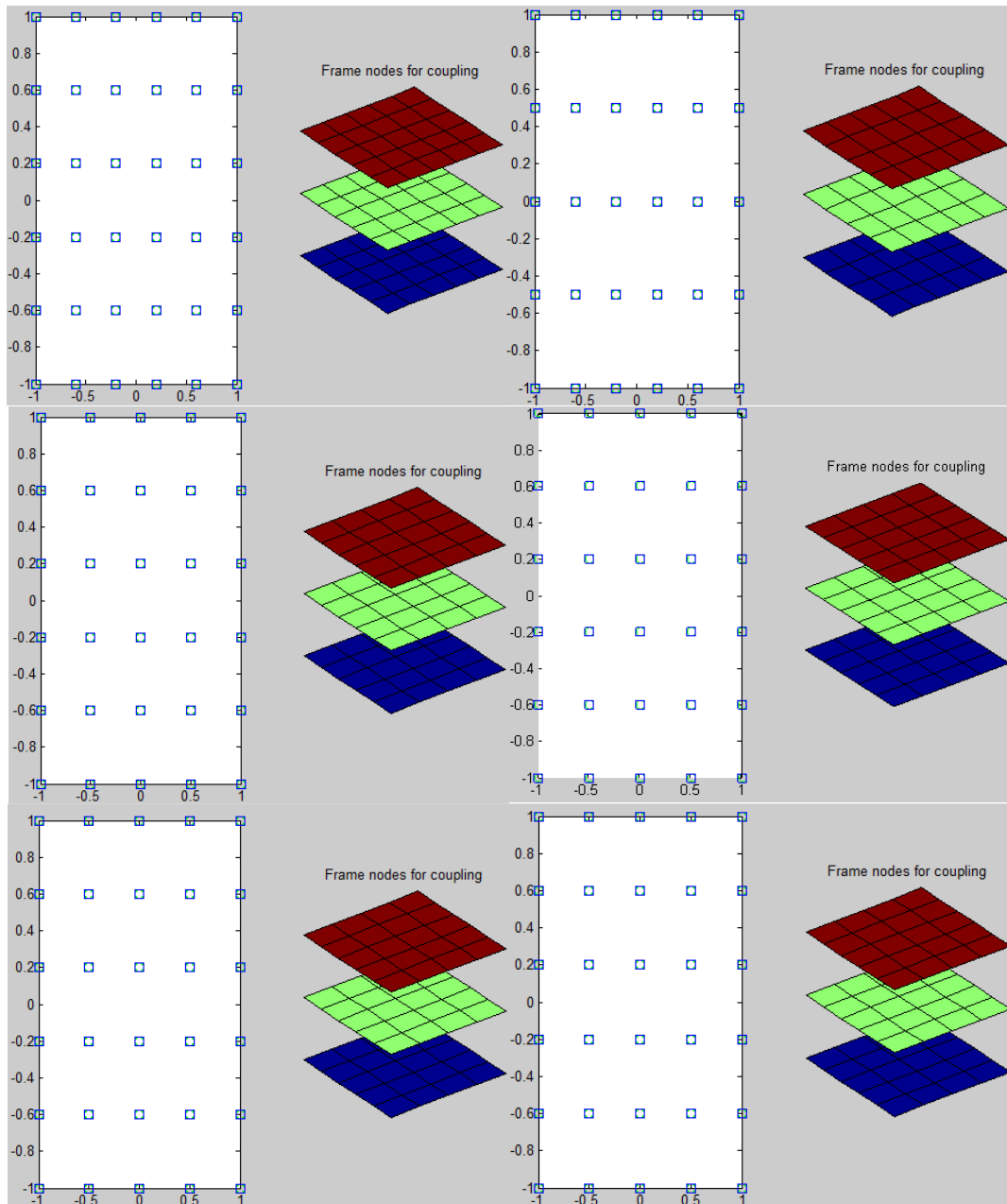
Figura 16: Películas geradas monopile1- parte 1





Fonte : O autor.

Figura 17: Películas Geradas monopileteste1-parte 2



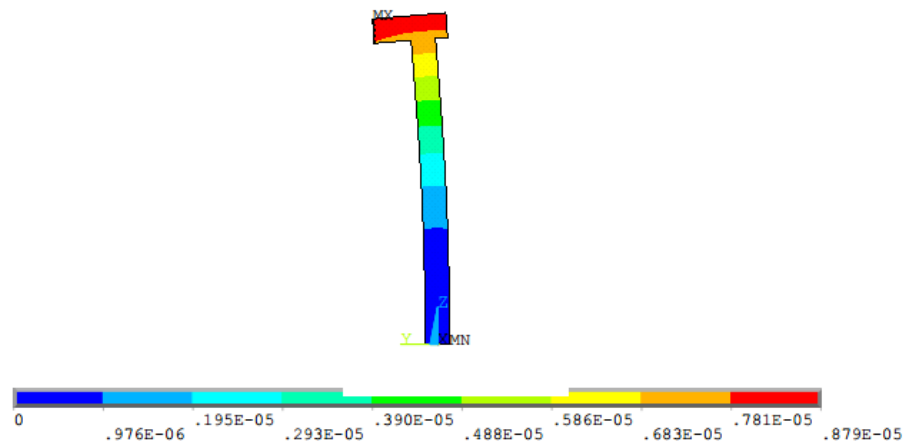
Fonte: O autor.

Essas 12 películas correspondem a 8 regiões de contato solo-fluido e 4 regiões de contato fluido-torre. Devido a simetria existem películas idênticas. São 2 tipos de contatos distintos entre fluido e solo e 1 tipo de contato entre o fluido e a torre do aerogerador.

A razão entre número de elementos fluido e sólido $F_s=1$ proporcionou uma correspondência entre os elementos do fluido e do solo. As dimensões do elemento fluido foram ajustadas para um total de 5 elementos numa coluna.

Na figura a seguir, o conjunto torre-nascele foi isolado e seus deslocamentos indicados, com deslocamento zero na restrição do solo e máximo na parte superior, próximo a aplicação da força.

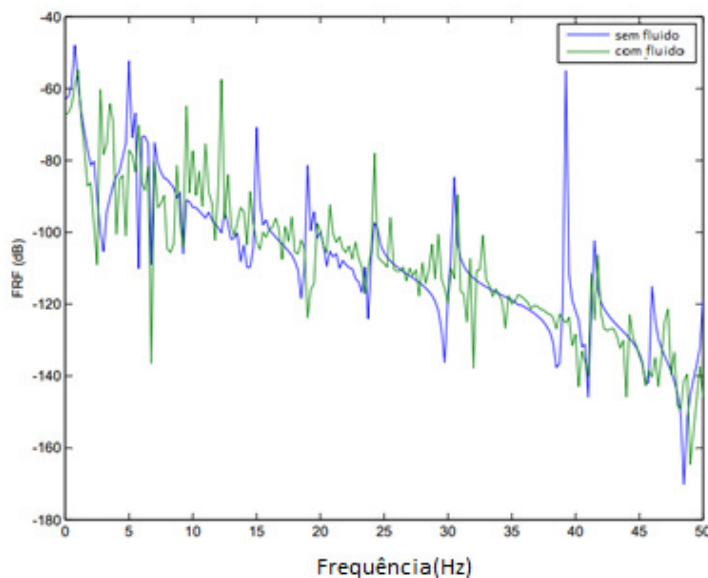
Figura 18: Deslocamentos do conjunto nacele-torre monopileteste1



Fonte: O autor.

O gráfico da função resposta de frequência, considerando a influência do fluido nas frequências do sistema, é indicado na Figura 19. O domínio é entre 0 e 50Hz.

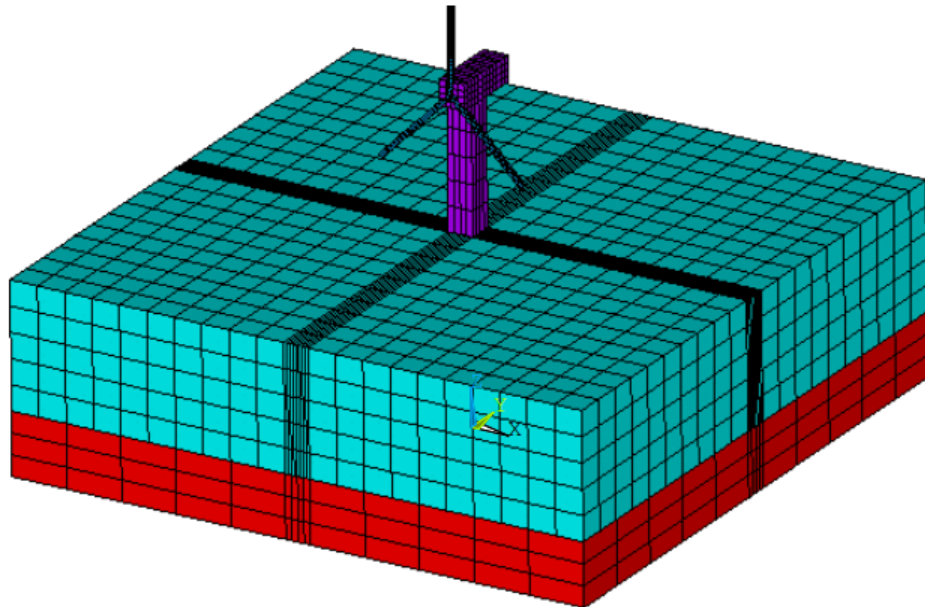
Figura 19: Gráfico de frequências com e sem fluido monopileteste1



Fonte: O autor.

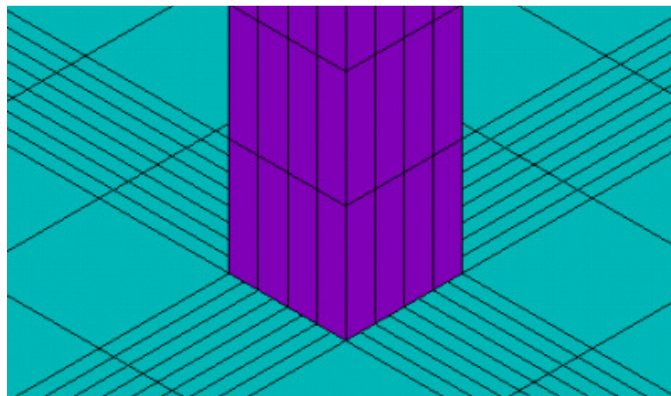
Em uma nova malha, as películas mudam em relação a anterior devido a razão entre número de elementos fluido e sólido ser $F_s=2$, o que significa o dobro de elementos de fluido e portanto nós não coincidentes no contato do fluido com o solo e com a torre. O contato entre os nós da torre e fluido é evidenciado na Figura 21. Devido ao F_s nos dois casos até aqui apresentados ser um número inteiro, dada as condições de carregamento, os nós da película se sobrepõem a nós dos subdomínios envolvidos. A Figura 18 mostra a película do contato entre fluido e torre para a malha monopileteste2.

Figura 20: Malha de Elementos Finitos monopileteste2



Fonte: O autor.

Figura 21: Contato Torre-Fluido monopileteste2.

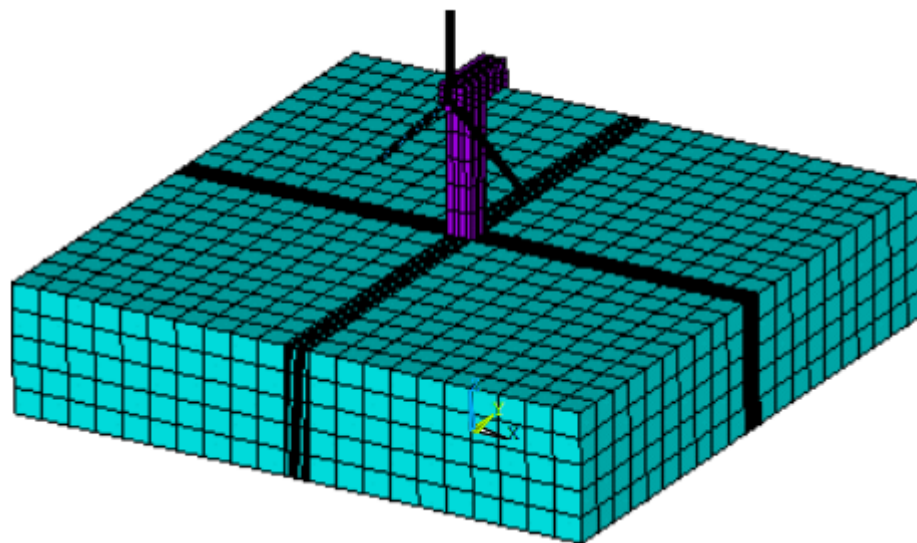


Fonte: O autor.

Uma malha de fluido semelhante a que foi gerada a partir , mas em vez de uma fundação sólida, uma restrição de deslocamento zero é imposta na base da malha de fluido. Desta forma a análise é simplificada com foco na interação entre torre e fluido, e somente as 4 películas idênticas, correspondentes a cada uma das faces, são geradas.

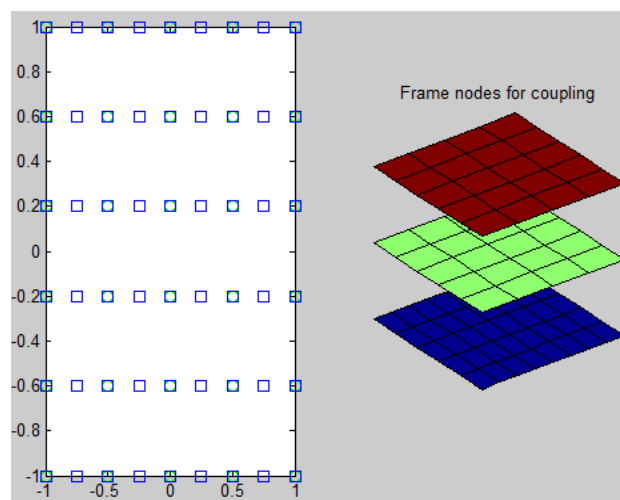
As Figura 22, 23 e 24 mostram, respectivamente, a malha gerada, a película gerada e o campo de deslocamentos.

Figura 22: Malha de Elementos Finitos sem_solo .



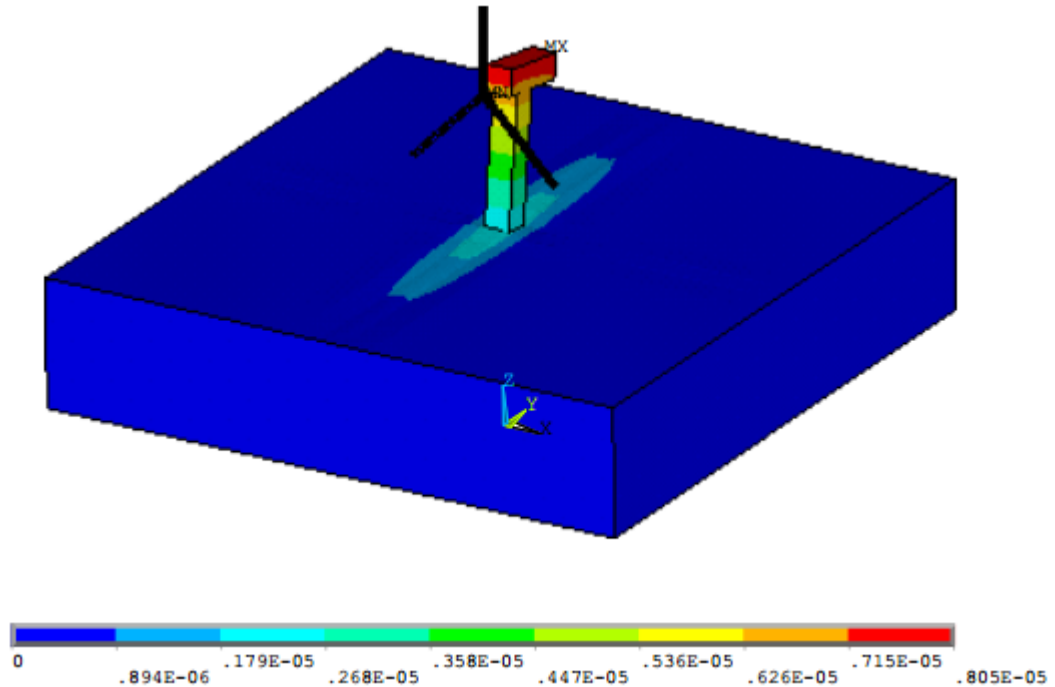
Fonte: O autor.

Figura 23: Película gerada sem_solo.



Fonte: O autor.

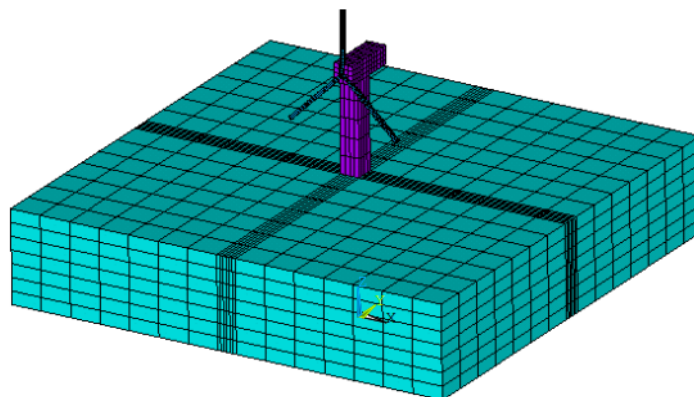
Figura 24: Campo de deslocamentos sem_solo.



Fonte: O autor.

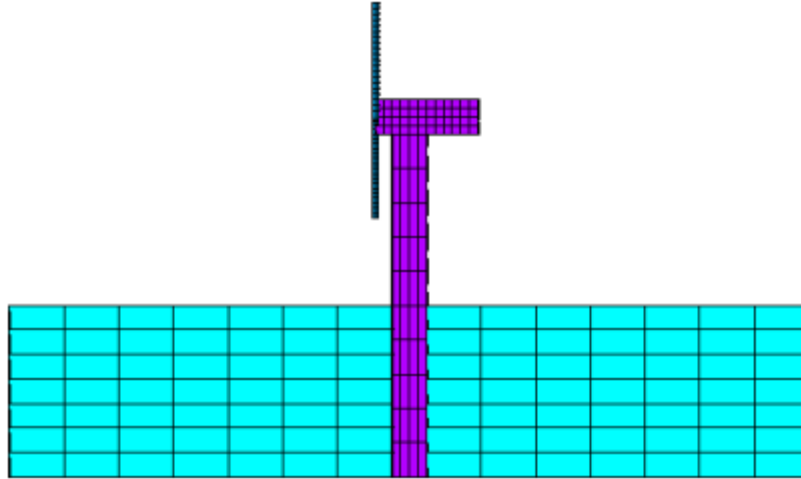
Outra malha gerada, diferente das malhas anteriores, a razão entre a quantidade elementos não é um número inteiro ($F_s=7/5$). Desta forma, foi gerada uma película com nós em pontos diversos, não coincidentes com nós dos subdomínios, como evidenciado no corte da Figura 26, por exemplo. A malha gerada está representada na Figura 25:

Figura 25: Malha sem_solo75.



Fonte: O autor.

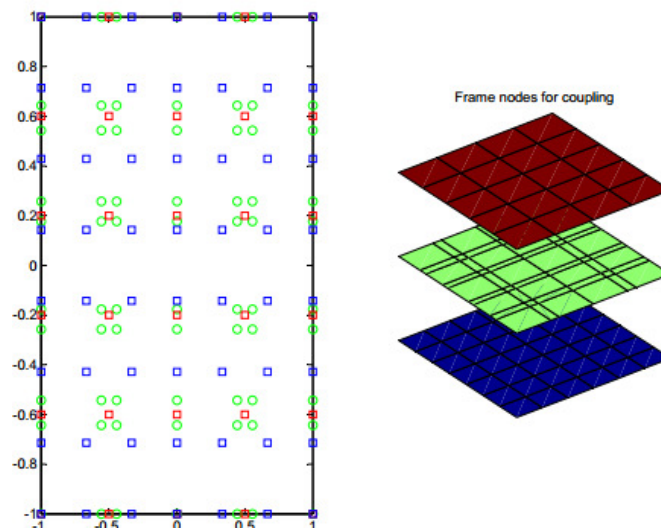
Figura 26: Corte Malha sem_solo75.



Fonte: O autor.

A figura 27 mostra a película gerada por esta malha, nela pode-se observar um posicionamento dos nós da película bem diferente das demais apresentadas anteriormente.

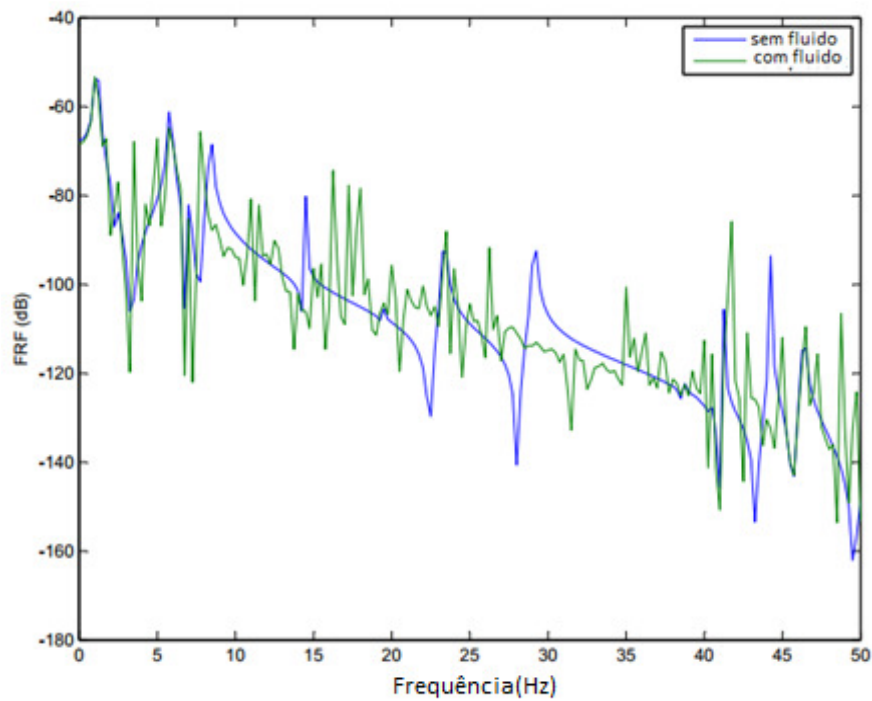
Figura 27: Película malha sem_solo75.



Fonte: O autor.

O gráfico FRF para esta malha é indicado na Figura 28:

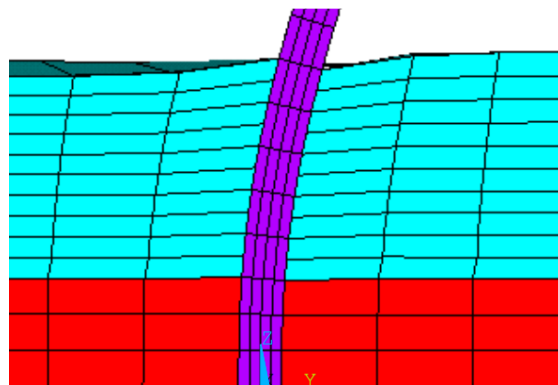
Figura 28: Gráfico de frequências com e sem fluido sem_solo75.



Fonte: O autor.

A continuidade cinemática foi assegurada nas malhas, de tal forma que mesmo em elementos diferentes com nós não coincidentes, não houveram descontinuidades nos deslocamentos dos elementos de subdomínios distintos. O corte apresentado na Figura 29, em uma escala alterada para melhor visualização, demonstra esta continuidade.

Figura 29: Corte dos elementos pós processamento.



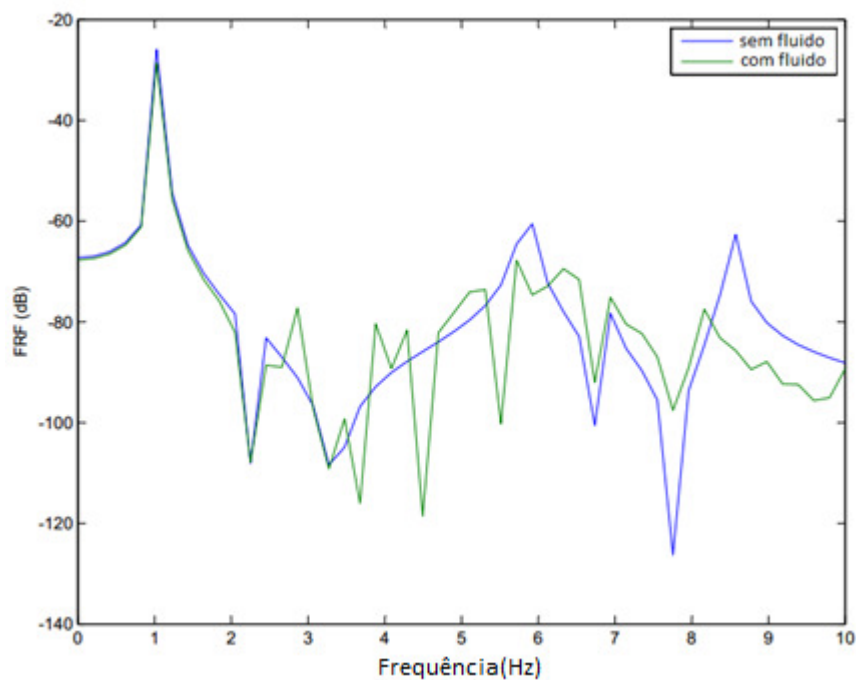
Fonte: O autor.

5.1) Comparação para diferentes colunas de fluido

Foram feitas análises de frequência para fins de comparação entre malhas de fluido com diferentes alturas de fluido. Foram consideradas três alturas de fluido distintas: 20 metros , 30 metros e 40 metros.

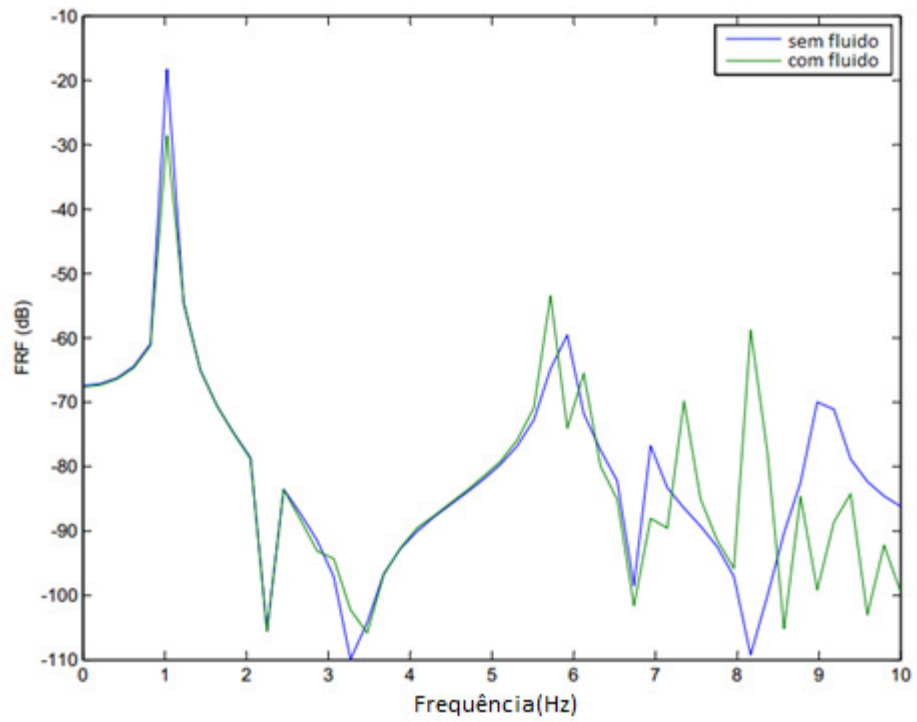
Para estes gráficos FRF foi tomando um domínio de 0 a 10Hz de frequência, com 50 pontos. As figuras a seguir são os gráficos FRF gerados para cada uma das alturas de fluido selecionadas.

Figura 30: FRF para altura de fluido 40m.



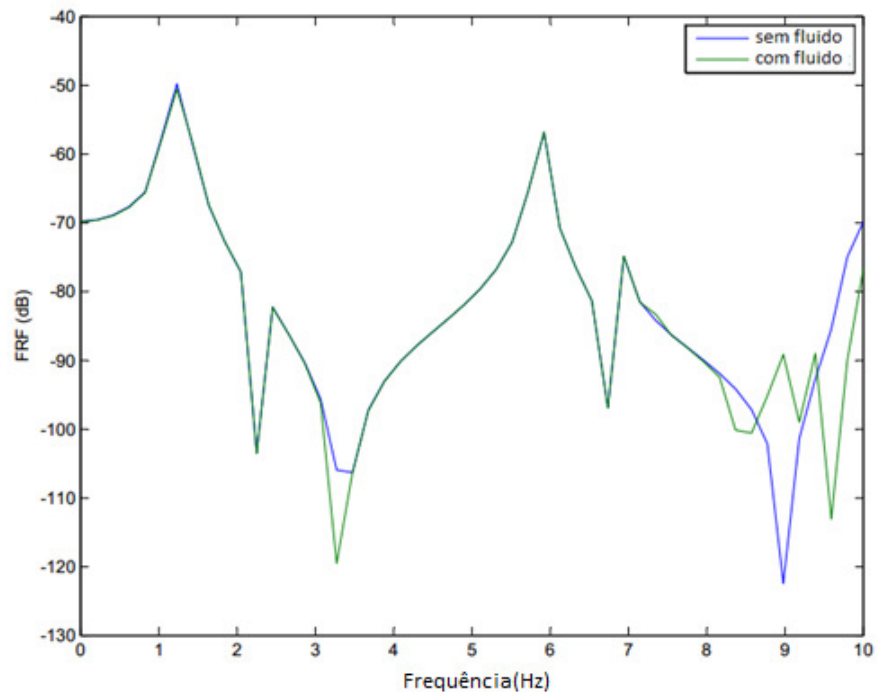
Fonte: O autor.

Figura 31: FRF para altura de fluido 30m.



Fonte: O autor.

Fluido 32: FRF para altura de fluido 20m.



Fonte: O autor.

Pelas figuras apresentadas, pode observar que as linhas de resposta em frequência para o sistema para o aerogerador com e sem fluido são cada vez mais próximas a medida que a altura de fluido é reduzida, demonstram a influência do fluido nas frequências de vibração.

6) Conclusão

Os campos de deslocamento resultantes apresentaram valores com ordem de grandeza de 10^{-5} metros. As películas bidimensionais foram produzidas nos contatos do fluido com o solo e com a torre. Foram feitas malhas com e sem fundação, no último caso foi aplicada uma condição de contorno na superfície inferior. Também foi variada a proporção entre nós de fluido e sólido, inclusive em números não inteiros, conservando a continuidade cinemática mesmo entre malhas tridimensionais de diferentes domínios.

Foi possível constatar também a influência do fluido nos modos de vibração do sistema através de uma comparação de malhas semelhantes variando a altura de fluido. Das três alturas de fluido testadas (40m, 30m e 20m), a malha com coluna de fluido maior foi influenciada apresentou maiores diferenças no gráfico de resposta em frequência, em comparação com o caso de ausência de fluido.

A partir deste resultado, é possível prosseguir com os aprimoramentos na geometria do modelo, previsão de carregamentos mais realistas e desenvolvimento em plataformas mais robustas para atender maiores esforços computacionais que venham a ser necessários.

REFERÊNCIAS

AMARANTE, O., BROWER, M., ZACK, J., SÁ A. **Atlas do potencial eólico brasileiro.** Ministério de Minas e Energia, Governo Federal, 2001.

ARORA V. **Structural damping identification using normal FRFs.** International Journal of Solids and Structures, 2013.

BATHE, K. J.; DVORKIN, E. N. **A Four-Node Plate Bending Element Based on Mindlin/Reissner Plate Theory and a Mixed Interpolation.** International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1985.

BRAMBLE, J., SCHATZ, A. **On the numerical solution of elliptic boundary value problems by least squares approximation of the data.** In HUBBARD, B., editor, Numerical Solution of Partial Differential Equations–II, pages 107 – 131. Academic Press, 1971.

BRUNT, B. V. **The Calculus of Variations,** 2003.

CARDOSO, O. C. V., **Análise particionada de Turbinas Eólicas offshore utilizando o método dos Multiplicadores de Lagrange Localizados,** Universidade Federal do Ceará, 2014.

DA ROSA, A. V., **Fundamentals of Renewable Energy Processes,** 3ª edição, 2013.

FELIPPA, C. A. **A family of early-time approximations for fluid-structure interaction.** Journal of Applied Mechanics, 1980.

GOLDSTEIN, H., POOLE C., SAFKO, J. **Classical Mechanics,** 3ª edição, 2000.

GONZÁLEZ, J. A., PARK, K., FELIPPA, C. A., and ABASCAL, R. **A formulation based on localized lagrange multipliers for bem–fem coupling in contact problems.** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2008.

HEMAMI, A. **Wind Turbine Technology (Renewable Energies)**. Delmar Cengage Learning, 2011.

HUTTON D.V. **Fundamentals of Finite Element Analysis**. McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering. (2003)

KIM, K., YI, D., and LEE, S. **Mortar method for nonconforming finite elements**. Applied Mathematics and Computation, 2005.

KURIAN, V. J., NARAYANAN, S. P., AND GANAPATHY, C. **Towers for offshore wind turbines**. AIP Conference Proceedings, 2010.

LEMOS, N. A., **Mecânica Analítica**, 2a edição. Editora Livraria da Física, 2007.

MCCALLUM, H. G. **Calculus / Analytic Geometry Iii Valencia Community College**, 5a edição. WILEY CUSTOM, 2011.

MANWELL J.F, MCGOWAN J. G., ROGERS A. L., **Wind Energy Explained**, 2a edição, 2009.

MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA. **Balanço Energético Nacional**. EPE (Empresa de Pesquisa Energética, Ministério de Minas e Energia), 2014.

PARK K. C., FELIPPA C. A. REBEL G.. **A Simple Algorithm for Localized Construction of Nonmatching Structural Interfaces**. Department of Aerospace Engineering Sciences and Center for Aerospace Structures University of Colorado, 2001.

PARK K.C., FELIPPA C.A., OHAYON R.. **Partitioned formulation of internal fluid-structure interaction problems by localized Lagrange multipliers**, 2001a.

PANTANO, A. and AVERILL, R. C. **A penalty-based interface technology for coupling independently modeled 3d finite element meshes.** *Finite Elements in Analysis and Design*, 2007.

RAO S.S. **Mechanical Vibrations, 5th edition.** Prentice Hall, 2010.

REDDY, J.N. **An Introduction to the Finite Element Method.** 3a edição McGraw-Hill, 2006.

RODDIER, D., WEINSTEIN, J. **Floating wind turbines.** Mechanical Engineering, 2010.

ROSS, M. R., SPRAGUE, M. A., FELIPPA, C. A., AND PARK, K.. **Treatment of acoustic fluid–structure interaction by localized lagrange multipliers and comparison to alternative interface-coupling methods.** *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2009.

ROSS, M. R. **Coupling and Simulation of Acoustic Fluid-Structure Interaction System Using Localized Lagrange Multipliers.** PhD thesis, University of Colorado, 2006.

TONG, W. **Wind Power Generation and Wind Turbine Design.** WIT Press / Computational Mechanics, 2010.

WILLEY, L., BUDNY, R., AND GUPTA, S. **Challenges rewards for engineers in wind.** *Mechanical Engineering* 134, 8 (2012), 52 – 53.

WEINSTOCK, R. **Calculus of Variations: with Applications to Physics and Engineering.** Dover Publications, 1974.

WU, B., LANG, Y., ZARGARI, N., AND KOURO, S. **Power Conversion and Control of Wind Energy Systems.** I E E Power Engineering Series. Wiley, 2011.